

Voyage d'une sonde de la Terre à Mars

Partie I - Orbites d'une sonde

Une sonde spatiale, lancée dans le système solaire, moteurs éteints, suit une orbite keplérienne : une ellipse (voir document *De l'ellipse*) dont le Soleil est à l'un des foyers.

I - Lois de Kepler ?

Enoncer les lois de Kepler.

II - Orbite de la Sonde

Pour éviter toute dépense superflue de carburant par des changements de trajectoire et de vitesse, au lancement on profitera de la vitesse de la Terre sur son orbite. La sonde sera lancée tangentiellement à l'orbite de la Terre.

A l'arrivée l'orbite la plus économique sera celle qui sera juste tangente à l'orbite de la planète à atteindre.

IIa - Schéma des orbites de la Terre, de Mars (ou d'une planète) et de la sonde ?

On simplifie en prenant des orbites circulaires pour les planètes.

IIb - Caractéristiques de l'orbite de la sonde

Demi-grand axe sonde ?

Excentricité ?

Période sidérale sonde ?

Temps de parcours

Vitesse angulaire moyenne (par jour)

On distinguera quand c'est nécessaire les cas des planètes inférieures ou supérieures.

Iic - Calcul sur tableur : tableau des orbites des planètes et de la sonde , demi-grand axe, excentricité, période ?

Utiliser fichier Excel [**orbites_sonde.xls**] / [**feuille Orbites**]

On trouvera dans le **tableau I** les **Caractéristiques des planètes**.

Où retrouver les valeurs actuelles adoptées par l'UAI (Union Astronomique Internationale) ?

A l'IMCCE :

<http://www.imcce.fr/page.php?nav=fr/ephemerides/astronomie/Promenade/debutweb.php>

Planète	a (u.a.)	e	P (jours)
Mercure	0.387	0.2060	87.969
Vénus	0.723	0.00677	224.701
Terre	1	0.01671	365.256
Mars	1.524	0.0934	686.980
Jupiter	5.203	0.0485	4332.589
Saturne	9.555	0.05551	10759.23
Uranus	19.218	0.04643	30688.48
Neptune	30.11	0.00899	60182.29

Calculer dans les colonnes E, F et G du [Tableau I]

- les périodes en années (col. E),
- les périodes obtenues par la 3^{ème} loi de Kepler (col. F)
- les vitesses angulaires moyennes (col. G) des planètes.

Formules de calcul ? Formules Tableur ?

La [cellule C3] contient la valeur de l'année sidérale en jours.

IId - Position et période de la planète au lancement

Pour que Mars (ou la planète) soit au rendez-vous lorsque la sonde arrive, il faut qu'au lancement la Terre et Mars soit dans la bonne configuration angulaire.

Angle de rotation de la planète durant le parcours ?

Position de la planète au départ (angle $T_1ST_p = \beta_0$) ?

Où est la planète à l'arrivée de la sonde ?

- départ en avance ?
- départ en retard ?

La période où la configuration Terre - planète est propice au lancement s'appelle une *fenêtre de tir*.

Iie - Périodicité des fenêtres de tir

La configuration où l'angle β_0 vaut une valeur déterminée se reproduit périodiquement comme les conjonctions ou les oppositions de la planète avec le Soleil. C'est la *période synodique*.

Formule de la période synodique ?

Calcul des périodes synodiques

[Tableau III Feuille Orbits]

Calculs tableur ?

A l'aide des formules donnant la période synodiques en fonction des périodes sidérales de la Terre et la planète, calculer les périodes synodiques des planètes.

III - Tabulation et tracés des orbites de la Terre, de Mars et de la sonde

IIIa - Tabulation des orbites de la Terre, de Mars

(Fichier *excel [orbites_sondes.xls], [feuille tracés]*)

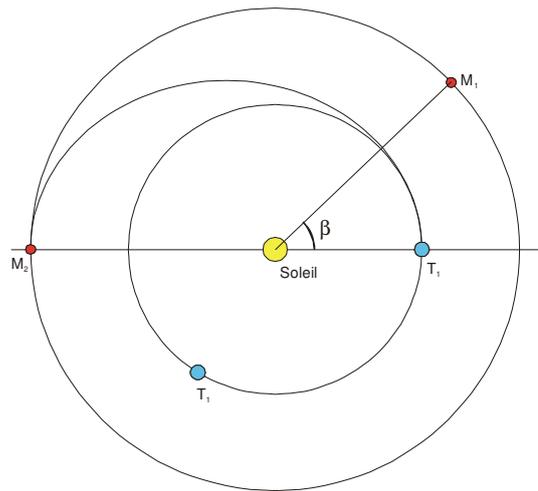
On va maintenant calculer les positions de la Terre et de Mars (en X et Y) pour des orbites circulaires, avec un pas temporel de 1 jour, sur des périodes nécessaires aux tracés des deux orbites des planètes.

Au jour 0, la Terre est à l'origine, et Mars fait un angle β_0 (que l'on pourra faire varier) l'angle de rotation par rapport au point origine.

Organisation de la [feuille *Tracés*] des orbites . Pour la terre et Mars :

colonne A : numérotation jour
 colonne B : α , angle de la Terre
 colonne C et D : X, Y de la Terre
 colonne F et G : X, Y Mars
 cellule G2 (au) : l'unité astronomique en km

cellule C10 (b0) : β_0 angle origine de Mars
 cellule C7 (vat) : vitesse angulaire de la Terre
 cellule D7 (vam) : vitesse angulaire de Mars
 colonne E : β , angle de Mars



Formules des colonnes ?

Angle de la Terre α
 Abscisse de la Terre X Terre
 Ordonnée de la Terre Y Terre
 Angle de Mars β
 Abscisse de Mars X Mars
 Ordonnée de mars Y Mars

Formules des colonnes

col.	Variable	Formule	Formule tableur
B	α		
C	X Terre		
D	Y Terre		
E	β		
F	X Mars		
G	Y Mars		

Nombre de jours de tabulation
 pour la Terre ?

Pour Mars ?

IIIb - Tabulation et tracé de la sonde

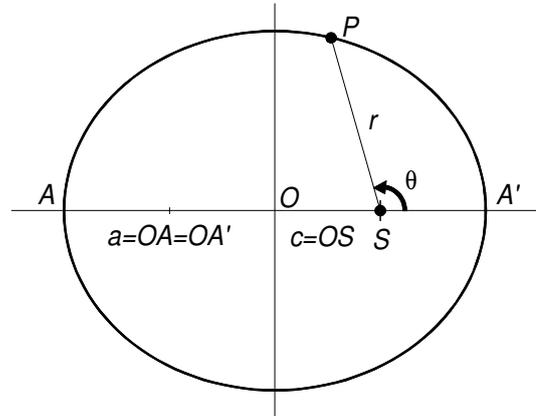
(Fichier *excel [orbites_sondes.xls], [feuille tracés]*
colonnes H à K)

On va maintenant calculer les positions de la sonde (en X et Y) pour des angles θ uniformément répartis de 0 à 360° à raison de un point par jour.

Pour chacun de ces angles en fonction des valeurs du demi rand axe et e l'excentricité, en se servant de la formule de l'ellipse, calculer et tabuler les positions de la sonde.

Rappel, équation de l'ellipse en coordonnées polaires :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos \theta}$$



Valeurs des angles θ (colonne H) ?

Pour chaque valeur de θ tabuler :

- Rayon vecteur de la sonde (col. I) ?
- Les coordonnées X et Y de la sonde (formules des projections sur les deux axes du graphique) (col. J et K) ?

Formules des colonnes

col.	Variable	Formule	Formule tableur
H	θ		
I	r sonde		
J	X sonde		
K	Y sonde		

IIIc - Graphique

Se servir des fonctionnalités Graphiques de Excel : Graphique/Nuage de points/Série

Dans un même graphique, tracer :

- l'orbite de la Terre (colonnes C et D)
- l'orbite de Mars (colonnes F et G)
- la demi orbite de la sonde (colonne J et K)
- marquer les points avec leur label
 - “sonde au départ”
 - “Sonde à l'arrivée”
 - “Mars au départ”
 - “Terre à l'arrivée”

Pour les orbites, prendre les points les plus petits (taille 2).

Ajuster les dimensions du graphique de façon que les deux échelles X et Y soient les mêmes.

IV - Vitesses de la sonde

Au départ et à l'arrivée, la sonde doit changer de vitesse

- au lancement, de la vitesse de la Terre à sa vitesse pour être au périhélie sur son orbite
- à l'arrivée, de sa vitesse à son aphélie à la vitesse de Mars

IVa - Vitesses des planètes et de la sonde

On utilise la formule qui donne la vitesse sur une orbite elliptique en fonction du rayon vecteur :

$$V^2 = G(M_{\text{Soleil}} + M_{\text{Planète}}) \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

G constante de la gravitation, a demi-grand axe de l'objet, Terre, planète ou sonde.

Où trouver les valeurs des constantes physiques et astronomiques ?

<http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/astronomie/Promenade/pages5/523.html>

On peut négliger la masse de la planète par rapport à celle du Soleil.

$$V^2 = GM_{\text{Soleil}} \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

On peut aussi utiliser le calcul directe des vitesses au périhélie et à l'aphélie et de la vitesse moyenne.

(voir *Astronomie Astrophysique* de M. Séguin et B. Villeneuve ERPI, collection du Renouveau pédagogique, 195, ISBN 2-7613-0929-4 pages 126-127)

Vitesse moyenne	$v_m = \frac{2\pi a}{T} (1 - e^2)^{-1/2}$
Vitesse au périhélie	$v_{\text{Périhélie}} = v_m \cdot (1 + e)$
Vitesse à l'aphélie	$v_{\text{Aphélie}} = v_m \cdot (1 - e)$

IVb - Vitesses planètes - calculs tableur

Utiliser le [tableau IV] de la [Feuille Orbites]

A partir des caractéristiques des planètes du système solaire trouver

- leurs vitesses moyennes ?
- leurs vitesses au périhélie ?
- leurs vitesses à l'aphélie ?

col.	Argument	Formule tableur
E	Vitesse moyenne	
F	Vitesse au périhélie	
G	Vitesse à l'aphélie	

A l'aide du tableur remplir le tableau

	demi grand axe (u.a.)	Période (jours)	Vitesse moyenne	Vitesse périhélie	Vitesse aphélie
Mercure	0.387	87.97			
Vénus	0.723	224.70			
Terre	1.000	365.26			
Mars	1.524	686.98			
Jupiter	5.203	4332.59			
Saturne	9.555	10759.23			
Uranus	19.218	30688.48			
Neptune	30.110	60182.29			

IVc - Vitesses sondes - calculs tableur

Utiliser le [tableau V] de la [Feuille Orbites]

Mêmes calculs pour les orbites des sondes par rapport aux planètes à atteindre.

- leurs vitesses moyennes ?
- leurs vitesses au périhélie ?
- leurs vitesses à l'aphélie ?

Formules tableur

col.	Argument	Formule tableur
E	Vitesse moyenne	
F	Vitesse au périhélie	
G	Vitesse à l'aphélie	

A l'aide du tableur remplir le tableau

Planète	a sonde (km)	excent.	Période	vitesse moyenne	périhélie	aphélie
Mercure	103604825	0.44196	210.9			
Vénus	128703038	0.16076	292.1			
Mars	188535384	0.20761	517.8			
Jupiter	463345876	0.67758	1995.1			
Saturne	788427489	0.81052	4428.3			
Uranus	1510225200	0.90108	11739.8			
Neptune	2323825599	0.93571	22408.0			

Comparer les vitesses de départ et d'arrivée de la sonde aux vitesses de la Terre et de la planète à atteindre.