

# Voyage d'une sonde de la Terre à Mars

## Partie II - la trajectoire de la sonde Phoenix

La sonde Phoenix est partie le 4 août 2007 (à 11h26 heure française) pour aller explorer Mars. Sa trajectoire est proche de l'ellipse théorique tangente aux deux orbites de la Terre et Mars. Après avoir tracé les orbites réelles de la Terre et de Mars autour du Soleil, nous allons placer la trajectoire réelle de la sonde et la comparer à la trajectoire théorique.

- Site officielle de la sonde : <http://phoenix.lpl.arizona.edu/> (en anglais)
- Page internet en français : <http://www.nirgal.net/phoenix.html>
- Description : [http://phoenix.lpl.arizona.edu/pdf/fact\\_sheet.pdf](http://phoenix.lpl.arizona.edu/pdf/fact_sheet.pdf) (en anglais)

### I - Orbites réelles de la Terre et Mars ?

Grâce aux éphémérides précises de l'IMCCE (Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides), accessible par internet, il est possible de tracer en projection dans le *plan de l'écliptique*, les orbites des deux planètes.

Page de calcul des éphémérides :

<http://www.imcce.fr/page.php?nav=fr/ephemerides/index.php?query=generateur>

Description et usage (documents sur : [http://ww-obs.univ-lyon1.fr/labo/fc/ateliers\\_2006-07](http://ww-obs.univ-lyon1.fr/labo/fc/ateliers_2006-07))

*Ephémérides astronomiques. Serveur de l'IMCCE* (fichier : *ephem\_imcce.pdf*)

*Manipulations des données. Ephémérides astronomiques. Serveur de l'IMCCE* (fichier : *data\_ephemerides.pdf*)

#### Ia - Téléchargement des données (page simulation : *page\_generateur.mht*)

- choix du corps ?
- repère ?
- plan de référence ?
- type de coordonnées ?
- type d'éphémérides ?
- échelle de temps ?
- date de départ ?
- nombre de dates (pour couvrir au moins une révolution complète) ?
- pas d'échantillonnage ?

Sauver les fichiers dans votre ordinateur.

Si vous ne pouvez accéder à l'IMCCE vous trouverez ces fichiers prêtéléchargés (voir feuille *fichier d données*)

Type de coordonnées	Fichiers Terre et Mars	Contenu
Coordonnées rectangulaires	<i>ephem_xyz.htm</i>	dates, heures, coordonnées X, Y, Z distances au Soleil
Coordonnées sphériques	<i>ephem_lb.htm</i>	dates, heures, longitudes ( <i>l</i> ), latitudes ( <i>b</i> ) écliptiques, distances au Soleil

#### Remarque : type de coordonnées à utiliser

Si vous utilisez les *coordonnées écliptiques sphériques* qui donnent les *longitudes* et *latitudes écliptiques*, il faudra pour construire les orbites calculer les coordonnées *rectangulaires* des planètes. Mais la longitude écliptique est très utile pour visualiser rapidement un objet dans le système solaire.

Inversement, avec les coordonnées écliptiques, le tracé est immédiat, mais il sera peut être nécessaire de calculer les longitudes écliptiques pour mieux suivre la sonde et les planètes.

### Ib - Transfert des données dans Excel et extraction

Fichier de travail : *sonde\_phoenix\_travail\_0.xls*

On utilisera les coordonnées rectangulaires données par l'IMCCE.  
 Pour chaque planète, on fait un copié-collé des 1000 lignes de données textes que l'on reporte dans la *colonne A* de la *feuille Ephem Terre* pour la Terre et *feuille Ephem Mars* pour la planète Mars.

#### Formules d'extraction et format

En utilisant les fonctions appropriées, pour la ligne 16 puis par recopie de formules jusqu'à la ligne 1015, extraire les données suivantes :

- Colonne B : date
- Colonne C : X planète
- Colonne D : Y planète
- Colonne E : Z planète
- Colonne F : distance au Soleil

Mettre les bons formats dans les cellules (dates et valeurs)

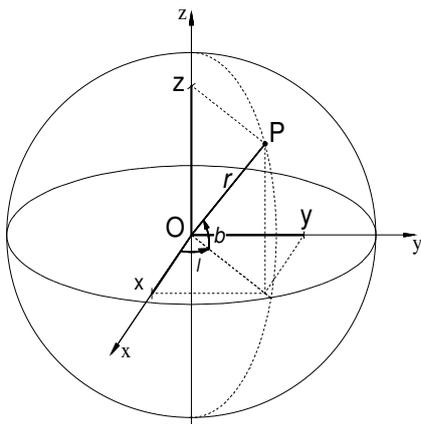
### Ic - Calcul de la longitude

Passage coordonnées écliptiques - coordonnées rectangulaires et inverse

Tabuler

- Colonne G : longitude héliocentrique,
- colonne H : latitude héliocentrique

Quelles formules mathématiques et fonctions tableur ?



<i>Passage coordonnées cartésiennes</i> ▼ <i>coordonnées sphériques</i>	<i>Passage coordonnées sphériques</i> ▼ <i>coordonnées cartésiennes</i>

Formules tableur passage coordonnées rectangulaires -> coordonnées sphériques

Colonne	Formule	Fo
<b>G</b> longitude <i>l</i>		
<b>H</b> latitude <i>b</i>		

### Question subsidiaire :

**Pourquoi la latitude de la terre n'est pas nulle ?**

## II - Tracé des orbites Terre et Mars

Reporter dans la *feuille Orbites* par copié-collé spécial (une fois valeur, une fois format) dates, coordonnées Terre et Mars des deux autres feuilles

<i>Col. - feuille Orbites</i>	<i>Source (feuille et colonne)</i>	<i>Col. - feuille Orbites</i>	<i>Source (feuille et colonne)</i>
Date col. A	Date <i>Ephem Terre</i> col. B		
X Terre col. B	X Terre <i>Ephem Terre</i> col. C	X Mars col. G	X Terre <i>Ephem Mars</i> col. C
Y Terre col. C	X Terre <i>Ephem Terre</i> col. D	Y Mars col. H	X Terre <i>Ephem Mars</i> col. D
Z Terre col. D	X Terre <i>Ephem Terre</i> col. E	Z Mars col. I	X Terre <i>Ephem Mars</i> col. E
Dist. Terre col. E	X Terre <i>Ephem Terre</i> col. F	Dist. Mars col. J	X Terre <i>Ephem Mars</i> col. F

### IIa - Graphique

Dans le graphique tracer par **Nuages de points/séries** :

- L'orbite de la Terre sur un an
- L'orbite de Mars sur une période sidérale de Mars

### IIb - Axes des orbites

Les axes des orbites sont trouvés approximativement par les positions des *périhélies* et *aphélie* des deux planètes.

Par un **test approprié** trouver pour la Terre et Mars, leurs jours de passage au *périhélie* et à l'*aphélie*.

Le test se fait dans la *colonne F* pour la Terre et *colonne K* pour Mars.

	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z			
56	<i>Tableau I</i>																
57	<i>Périhélies et aphélie de la Terre et Mars</i>																
58	<i>Aphélie</i>							<i>Périhélie</i>							<i>Long. Pér.</i>	<i>1/2 grand axe</i>	<i>excentr.</i>
59		no ligne	Date	Distance	X	Y	no ligne	Date	Distance	X	Y						
60	<i>Terre</i>																
61	<i>Mars</i>																

Remplir le **Tableau I** colonnes N à W:

Noter les positions de ces points et *tracer dans le même graphique, les grands axes des orbites.*

## I Ib - Positions des axes des planètes

Tracer avec leurs labels, les positions de la Terre et de Mars le jour du départ et le jour prévu d'arrivée.

### Remarque : direction origine.

Dans le graphique qu'indique la direction des abscisses ?

## I Id - Eléments des orbites de la Terre et Mars

En utilisant les coordonnées au périhélie et à l'aphélie déterminer pour chaque planète (**Tableau I** colonnes X, Y et Z) :

- la longitude du périhélie ( $\varpi$ ) : relation entre  $\varpi$ , X et Y au périhélie, formule du tableur (cellules X)

- le demi grand axe ( $a$ ) : relation avec les distances au périhélie et à l'aphélie, formule du tableur (cellules Y)

- l'excentricité ( $e$ ) : relation entre le demi grand axe et la distance au périhélie, formule du tableur (cellules Z)

	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
56	Tableau I		Périhélies et aphélie de la Terre et Mars											
57														
58			Aphélie				Périhélie				Long. Pér.	1/2 grand axe	excentr.	
59		no ligne	Date	Distance	X	Y	no ligne	Date	Distance	X	Y			
60	Terre													
61	Mars													

Comparer avec les valeurs de la littérature

demi grand axe de l'orbite (en u.a.)	$a$	1,000	1,524
excentricité de l'orbite	$e$	0,01671	0,09340
longitude héliocentrique du périhélie	$\varpi$	102,94	336,06

## Remarques

Le graphique montre une anomalie sur le tracé des axes. Les axes des orbites ne passent pas tout à fait par le Soleil.

Pourquoi ?

## Approfondissement

Pour améliorer les valeurs calculées, il faut préciser les instants des périhélies et aphélies car en un jour, les planètes se déplacent par milliers de km.

Déplacement de la Terre et Mars :

Planète	$a$ (u.a.)	$a$ (km)	$P$	Vit.(km/s)	Vit.(km/j)
Terre	1.00000	149597870	365.256		
<b>Mars</b>	1.56000	233372677	686.980		

Valeurs précises

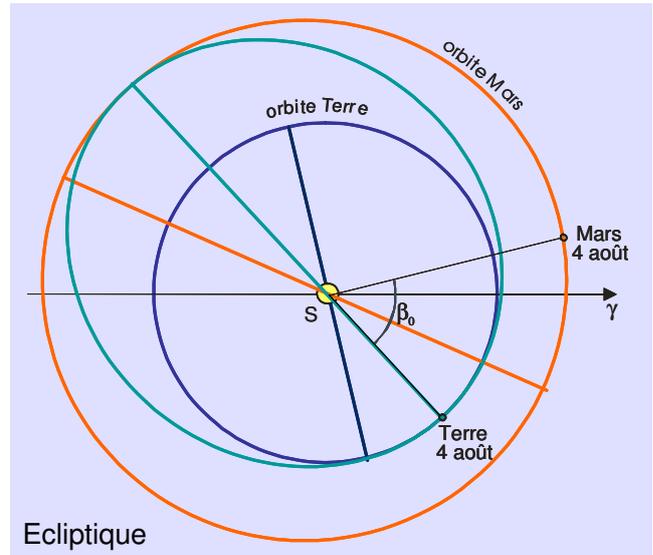
1) Connaissant les jours où la Terre et Mars passent aux points remarquables de leurs aphélie et périhélies, on peut reprendre de nouvelles éphémérides avec un pas beaucoup plus fin pour trouver ces instants à l'heure où à la minute près.

2) Il est possible aussi de rechercher ces instants par interpolation. A partir de trois points encadrant l'instant cherché, puisque la distance passe par un extremum, maximum (aphélie) ou minimum (périhélie), on suppose que la variation de la distance suit à peu de chose près une variation parabolique. Des formules simples permettent de calculer l'instant de ces extremums et leurs valeurs.

### III - Orbite de la sonde

#### IIIa - Orbite théorique d'une sonde partie le 4 août 2007.

Schéma de la trajectoire :



Tableur : feuilles Orbites/Tableau II  
Positions des planètes au départ

Positions le jour de départ ?

	M	N	O	P	Q
64	<b>Tableau II Positions des planètes au départ et arrivée</b>				
65					
66	<b>Planète</b>	<b>dist. départ (u.a.)</b>	<b>longitude</b>	<b>long. arrivée</b>	<b>dist. arrivée</b>
67					
68	<b>Terre</b>				
69	<b>Mars</b>				

- la distance Terre Soleil ?
- la longitude de la Terre ?
- distance Soleil Mars au départ ?
- longitude de Mars ?
- longitude de Mars à l'arrivée ?
- la distance Soleil à l'orbite de Mars dans la direction opposée à la Terre ?

Calculer les éléments de l'orbite de la sonde **Tableau III**

	M	N	O	P
73	<b>Tableau III Orbite de la sonde</b>			
74				
75	<b>Demi grand axe a</b>			u.a.
76	<b>Période P</b>			jours
77	<b>excentricité</b>			
78	<b>Durée du voyage</b>			jours
79	<b>Date d'arrivée</b>			
80	<b>Long. du périhélie</b>			°
81	<b>Long. de l'aphélie</b>			°
82	<b>Angle <math>\beta_0</math></b>			°

- Demi grand axe  $a$
- Par la 3<sup>ème</sup> loi de Képler, sa période  $P$
- Durée du voyage
- Date d'arrivée
- Longitude Mars le 11 mai 2008
- Angle Terre - Mars au départ

$\beta_0$

Quelles remarques vous suggère la date d'arrivée théorique de la sonde à la hauteur de celle de Mars ?

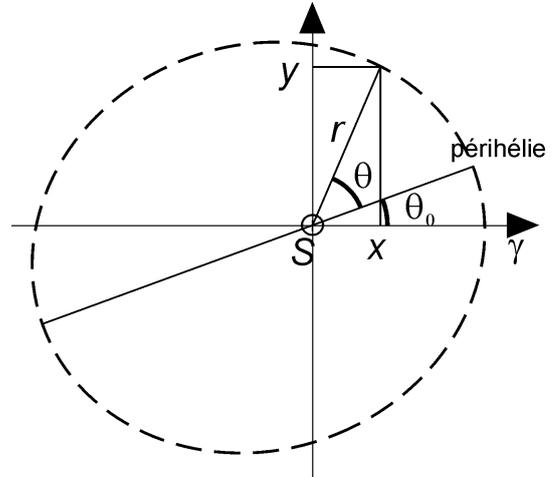
### IIIa - Orbite théorique et tracé

Avec les caractéristiques de la sonde, tabuler une demi orbite et tracer sa trajectoire :

Demi grand axe $a$	1.3325446
Période $P$	561.85
excentricité	0.23860
Durée du voyage	280.92
Long. du périhélie $l_0$	311.64

Le voyage dure 281 jours. En prenant 281 points sur  $180^\circ$ , calculer les positions correspondantes de la sonde et l'expression de  $r$  distance Soleil-sonde en coordonnées polaires ? (1<sup>ère</sup> loi de Kepler)

$q$  angle entre la ligne des apsides et le rayon vecteur  
 $\theta_0$  correspondant à la longitude du périhélie.



Expressions de  $x$  et  $y$  ?

Feuille *Orbites*. Remplir les colonnes AB à AF avec les données calculées

Col.	variable	formule excel	format
AB	indice pos.		
AC	angle $q$		
AD	$r$ sonde		
AE	X sonde		
AF	Y sonde		

Dans le graphique :

- tracer sa trajectoire.
- La position de Mars à la date théorique d'arrivée 10 mai 2008.
- La position de la sonde théorique le 10 mai 2008.

### IIIb - Orbite réelle

On trouve sur le site de la sonde Phoenix, un graphique de la trajectoire de la sonde (fichier *lg\_161.gif*).

Comment l'utiliser avec le graphique du tableur ?

Repérer sur ce schéma, la direction origine par la longitude de la Terre le jour du départ. Conclusions ?

La direction origine est à  $180^\circ$  de celle du graphique tableur. Nous utiliserons un fichier tourné et francisé *traj\_phoenix.gif*

L'inclure dans la *feuille Orbite*,  
la superposer au graphique  
ajuster son échelle de façon que les cercles Terre et Mars coïncident

Dans l'encadré "Axe de l'orbite de la sonde"

Mettre la position de la Terre au 14 août (X, Y et longitude)

Mettre la position de l'orbite de Mars opposée au point de départ de la Terre (X, Y et longitude)

Tracer l'axe de l'orbite de la sonde.

Comparer avec la trajectoire réelle.

Pour des raisons balistiques, la sonde ne part pas avec une direction tangente à l'orbite de la Terre. Après plusieurs corrections, la sonde arrive sur Mars plus tard qu'avec la trajectoire keplérienne. Mais ceci permet à la fusée porteuse qui se sépare à la fin du voyage, de ne pas s'écraser sur Mars (pour éviter la pollution du sol de Mars).

## IV - Vitesses de la sonde

Au départ et à l'arrivée, la sonde doit changer de vitesse

- au lancement, de la vitesse de la Terre à sa vitesse pour être au périhélie sur son orbite
- à l'arrivée, de sa vitesse à son aphélie à la vitesse de Mars

### IVa - Vitesses des planètes et de la sonde

On utilise la formule qui donne la vitesse sur une orbite elliptique en fonction du rayon vecteur :

$$V^2 = G(M_{\text{Soleil}} + M_{\text{Planète}}) \cdot \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

$G$  constante de la gravitation,  $a$  demi-grand axe de l'orbite, Terre, planète ou sonde.

Où trouver les valeurs des constantes physiques et astronomiques ?

<http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/astronomie/Promenade/pages5/523.html>

On peut négliger la masse de la planète par rapport à celle du Soleil.

$$V^2 = GM_{\text{Soleil}} \cdot \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

On peut aussi utiliser le calcul directe des vitesses au périhélie et à l'aphélie et de la vitesse moyenne.

(voir *Astronomie Astrophysique* de M. Séguin et B. Villeneuve ERPI, collection du Renouveau pédagogique, 195, ISBN 2-7613-0929-4 pages 126-127)

$$\text{Vitesse moyenne} \quad v_m = \frac{2\pi a}{T} (1 - e^2)^{-1/2}$$

$$\text{Vitesse au périhélie} \quad v_{\text{Périhélie}} = v_m \cdot (1 + e)$$

$$\text{Vitesse à l'aphélie} \quad v_{\text{Aphélie}} = v_m \cdot (1 - e)$$

### IVb - Vitesses planètes et sonde - calculs tableur

Utiliser le [tableau IV] de la [Feuille Orbites]

A partir des caractéristiques des orbites des planètes et de la sonde trouver :

- leurs vitesses moyennes ?
- leurs vitesses au périhélie ?
- leurs vitesses à l'aphélie ?

	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
85	<b>Tableau IV Vitesses moyennes des planètes</b>								
87	<b>Planète</b>	<b>a (u.a.)</b>	<b>a (km)</b>	<b>e</b>	<b>P</b>	<b>Vit.(km/s)</b>	<b>Vit.(km/j)</b>	<b>V périhélie</b>	<b>V aphélie</b>
88	<b>Terre</b>								
89	<b>Mars</b>								
90	<b>Sonde</b>								

Comparer les vitesses de départ et d'arrivée de la sonde aux vitesses de la Terre et de la planète à atteindre.

### Un peu de curiosité : bilan des sondes Terre Mars

Le voyage est plein de péril. Pour s'en rendre compte consulter la page "Tableau de chasse" du site :

[http://www.nirgal.net/explora\\_tableau\\_de\\_chasse.html](http://www.nirgal.net/explora_tableau_de_chasse.html)