

Les ondes gravitationnelles

G. Paturel
STAGE DAFAP 10 Janvier 2017

Un événement scientifique d'une importance capitale s'est produit en 2015

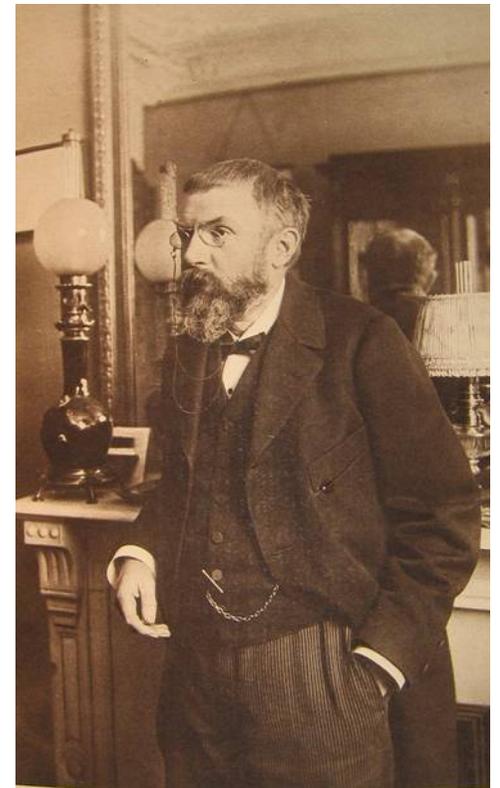
Lorentz et Poincaré

H.A. Lorentz qui, le premier, a suggéré, en 1900, qu'un champ de gravitation puisse se propager.

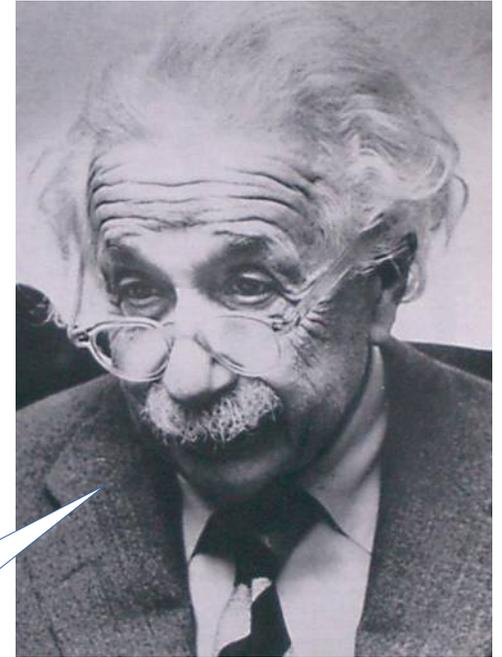
H. Poincaré. Voici ce qu'il écrit en 1905 :

« C'est ce que j'ai cherché à déterminer ; j'ai été d'abord conduit à supposer que la propagation de la gravitation n'est pas instantanée, mais se fait avec la vitesse de la lumière.

...»



Albert Einstein(1879-1955)



Entre 1905 et 1912 Einstein va développer la théorie de la Relativité

En 1916 Einstein écrit un premier article traitant de la propagation des champs gravitationnels.

En 1918 il revient sur le sujet,

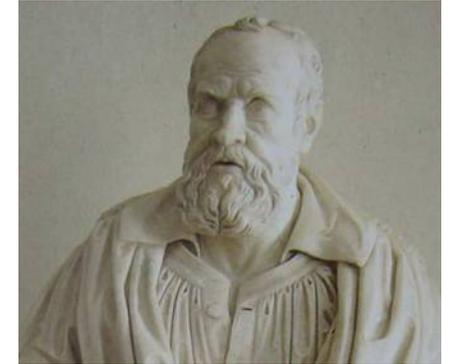
*Oui, car mon article de 1916 était
peu clair et
il contenait une **regrettable erreur***

L'article de 1918 va rester lettre morte pendant **cinquante ans**

reprenons depuis le début :

La naissance de l'espace-temps

GALILEE, le rebelle



Le principe de relativité imaginé par Galilée, s'appuyait sur une hypothèse tacite :

la longueur d'une règle et la durée d'un phénomène sont identiques **pour tous les observateurs**, quelles que soient leurs vitesses respectives, supposées uniformes.

En d'autres termes, la vitesse uniforme n'altère pas les mesures de longueur et de durée. C'est ainsi que Galilée pouvait dire : « ***le mouvement de la Terre est comme rien*** ».

En langage moderne, la longueur dL est définie, dans des repères différents $\{O, x, y, z\}$ et $\{O', x', y', z'\}$, par :

$$dL^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 \quad (1)$$

Le signe d signifie différence entre les deux positions proches. exemple $dx = x_B - x_A$.

Cette relation exprime l'invariance de la longueur de la règle. Si $\{O', x', y', z'\}$ est animé d'une vitesse uniforme selon l'axe x , chaque coordonnée x' de ce repère s'exprimera dans le repère $\{O, x, y, z\}$ avec une relation simple $x' = x - V \cdot t$ qui fera que dx' sera toujours égal à dx .

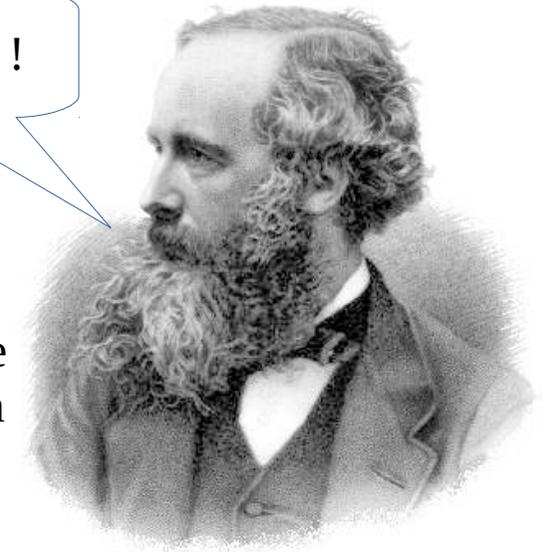
Maxwell, la synthèse

Mais une difficulté apparaît deux cents ans plus tard, quand Maxwell montre que la lumière est une onde électromagnétique se propageant à une vitesse très grande définie par deux paramètres mesurables, attachés au vide : ϵ_0 et μ_0 .

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot \mu_0}$$

C'est bien ça !

Quelle était donc cette difficulté ? Si la vitesse de la lumière découle d'une propriété du vide, c'est que cette vitesse est constante par rapport à ce vide (qu'on a baptisé éther).



EINSTEIN, le génie intégral

A. Einstein postule que la vitesse de la lumière est constante partout.

Einstein montre par une analyse simple, que l'hypothèse interdit la simultanéité absolue.

Le temps n'est donc plus absolu pour les deux observateurs : $dt \neq dt'$.

$$c^2 = \frac{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}{dt^2} = \frac{(dx'^2 + dy'^2 + dz'^2)}{dt'^2}$$

$$ds^2 = (dx^2 + dy^2 + dz^2) - c^2 dt^2 = 0 \quad \text{et} \quad ds'^2 = (dx'^2 + dy'^2 + dz'^2) - c^2 dt'^2 = 0$$

On déduit que $ds = ds' = 0$ pour la lumière.

On peut généraliser l'expression précédente en écrivant $ds = k ds'$

k est une constante et que cette constante vaut 1.

$$ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2) - c^2 dt^2} \quad \text{est un invariant}$$

Minkowski, le prof d'Albert

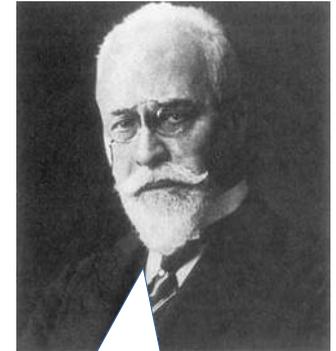
Minkowski, un ancien professeur d'Einstein, eut l'idée d'adopter les notations suivantes :

$$\begin{aligned}x_1 &= x \\x_2 &= y \\x_3 &= z \\x_4 &= \sqrt{-1} ct\end{aligned}\quad (4)$$

L'invariant s'écrit alors de manière très symétrique :

$$ds^2 = \sum_{i=1}^4 dx_i^2 \quad (3b)$$

Le temps et l'espace sont associés pour former une même entité : **l'espace temps**.



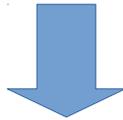
Faut travailler mon petit
Albert, si tu veux réussir !

L'espace temps déformable

Un repère accéléré est comme un repère placé dans un champ de gravitation. **C'est le principe dit d'équivalence.**

Peut-on définir des axes rectilignes si la lumière elle-même suit une trajectoire déformée ? NON

Peut-on trouver un repère en chute libre dans le champ de gravitation, pour annuler partout ce champ ? NON



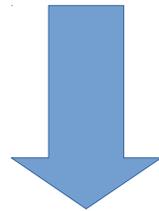
Abandon de l'espace Euclidien en présence d'un champ de gravitation

Grossman, l'ami

reprenons la relation $ds^2 = \sum_{i=1}^4 dx_i^2$:

$$ds^2 = \sum_{i,j=1}^4 \eta_{ij} \cdot dx_i \cdot dx_j \quad \text{avec} \quad \eta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } (i \neq j) \\ 1 & \text{si } (i = j) \end{cases}$$

Dans un espace courbe de Riemann, l'invariant sera plus général ; Les η_{ij} seront remplacés par des fonctions plus générales g_{ij} .



La relativité générale : des g_{ij} à la courbure et aux équations d'Einstein

LA RELATIVITE : POISSON ET MAREE

Le modèle qui sert de guide est l'équation Newtonienne de Poisson $\nabla^2 \varphi = 4 \pi G \rho$

La courbure remplace le potentiel. La densité d'énergie remplace la densité de matière

$$S_{ij} \propto T_{ij}$$

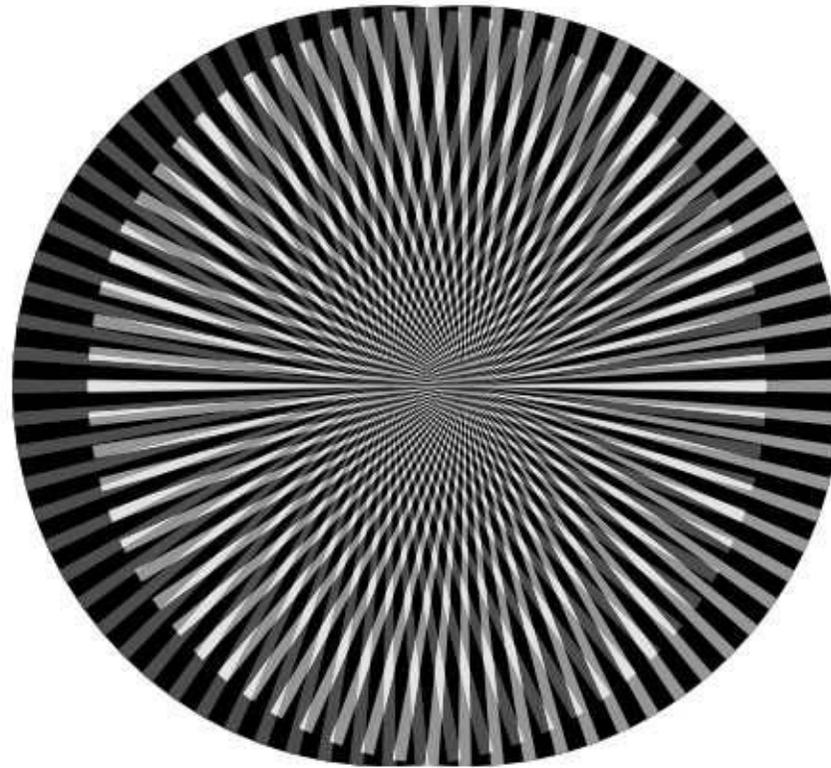
$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R = \kappa T_{ij}$$

Signification de ces équations :

Tous les termes de gauche se calculent à partir des g_{ij}

Ondes électromagnétiques vs gravitationnelles

Du rayonnement dipolaire au rayonnement quadrupolaire



Les calculs d'Einstein

L'espace temps sera quasiment Euclidien loin de la source. Les g_{ij} seront très peu différents des η_{ij} .

$$g_{ij} = \eta_{ij} + h_{ij}$$

Ce sont les h_{ij} qui contiennent l'information sur la déformation de l'espace temps que nous cherchons.

1. Équations de la relativité générale réduites au premier ordre
2. Repère particulier, : on peut choisir quatre relations arbitraires¹,
3. On suppose que l'onde arrive selon l'axe $x_1 \equiv x$
4. On l'applique à un univers vide ($T_{ij} = 0$)



$$R_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial^2 x_1} + \frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial^2 x_4} \right) = \kappa T_{ij} = 0$$

C'est l'équation de l'onde arrivant selon l'axe $x_1 = x$. En effet, en remplaçant x_1 et x_4 par leur définition $x_1 = x$, $x_4 = \sqrt{-1}ct$ on retrouve l'équation familière d'une onde : $\frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial^2 x} - \frac{\partial^2 h_{ik}}{c^2 \partial t^2} = 0$

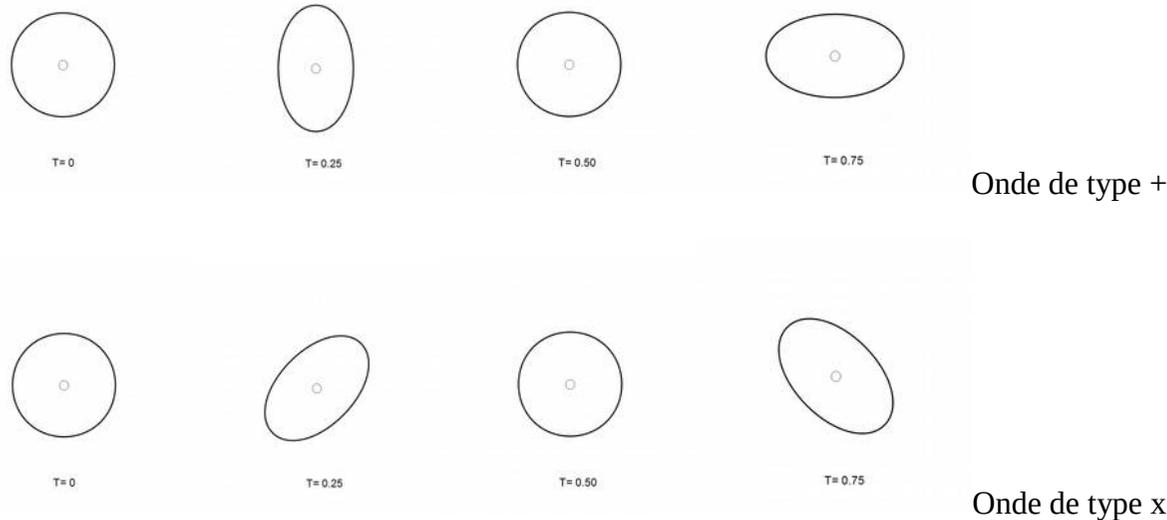
¹ Ces conditions sont : $\frac{\partial(h_{ij} - \frac{1}{2}\eta_{ij}h)}{\partial x^j} = 0$ où $h = \sum_{i,j=1,4} \eta^{ij} h_{ij}$

Et alors ?

On reconnaît l'équation d'une onde, se propageant selon x . On reconnaît la forme caractéristique de l'équation d'une onde dont **la vitesse est égale à c** .

L'intégration des conditions arbitraires restantes montre que seuls les termes exprimés avec les indices 2 et 3 ne sont pas nuls. Il s'ensuit que les seules fonctions non nulles seront h_{22} , h_{33} et h_{23} . On comprend que l'onde gravitationnelle est une **onde transversale** agissant sur la métrique située dans le plan $(x_2, x_3) \equiv (y, z)$ perpendiculaire à la direction de propagation x .

La dernière perturbation est déphasée à 45 degrés par rapport à la précédente. De manière très imagée, ces deux types d'onde sont notés $+$ et \times , comme le montre la figure ci-dessous :



Passons à l'observation

Joseph Weber 1969

Les premières tentatives de détection

La barre : longueur : 1,53 m

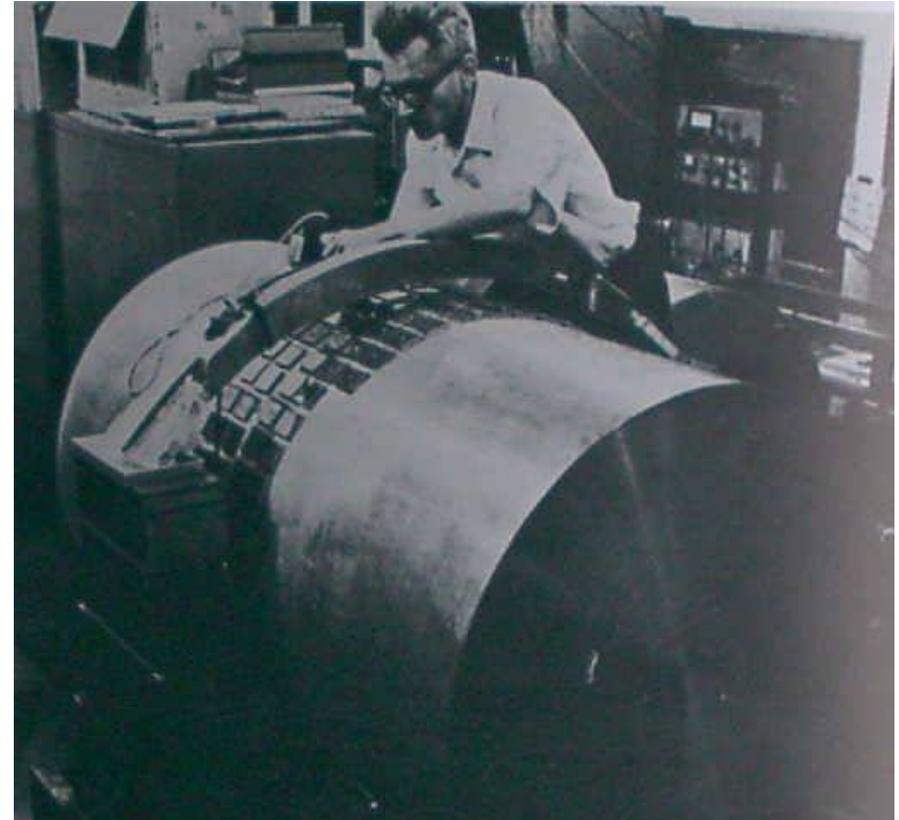
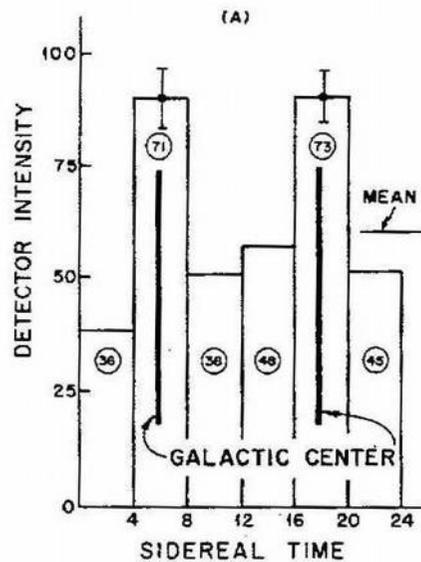
diamètre : 0,60 m

masse : 1400 kg

La fréquence de résonance : 1660 Hz.

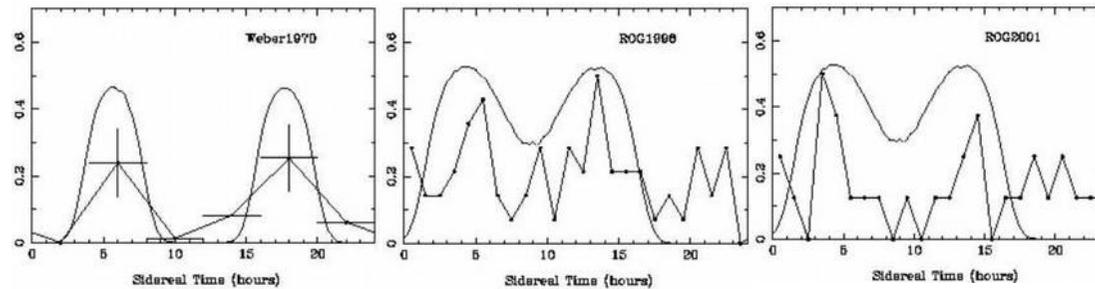
Il fallait, pensait-on, détecter des variations relatives de longueur de l'ordre de 10^{-17}

Weber enregistra 311 *coïncidences* en 8 mois, fin 1969.

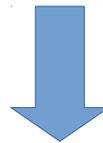


Baryshev

Avec un collègue Russe, Yuri Baryshev, collaboration internationale *ROG*, utilisant plusieurs détecteurs de Weber. Quelques rares coïncidences sont détectées.



Analyse de quelques résultats obtenus par des détecteurs de type de ceux de Weber



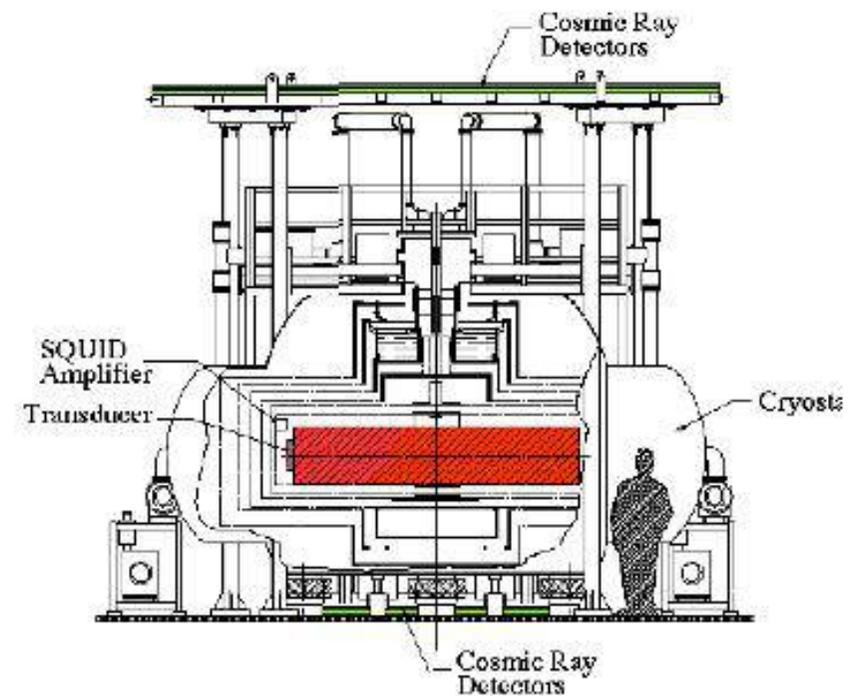
Aucun de ces résultats n'est significatif

Les fidèles de Weber



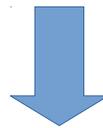
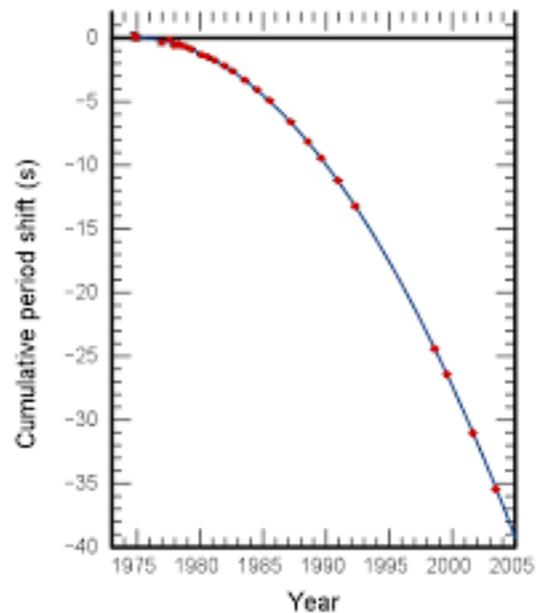
(Photos : G. Paturel)

Nautilus Side View



TAYLOR, HULSE et DAMOUR

En 1974, Taylor et Hulse découvrent un pulsar double PSR B1913+16, deux objets très compacts tournant sur eux-mêmes et émettant des ondes gravitationnelles. Évidemment, il n'était pas question de détecter ces ondes si faibles. Mais s'il y a un rayonnement gravitationnel, la rotation doit s'accélérer et la période orbitale doit diminuer. Th. Damour a fait le calcul précis



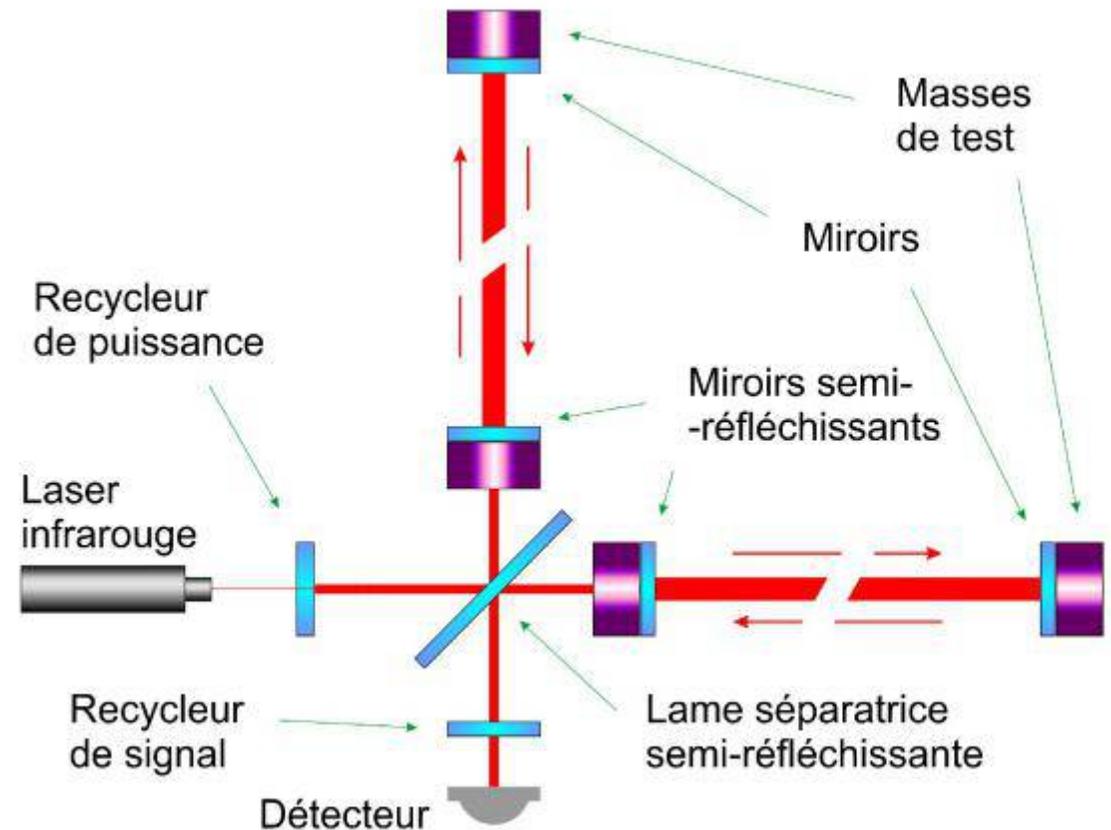
réconfort des observateurs



Michelson plus Pérot et Fabry

L'interféromètre de Michelson à la rescousse.

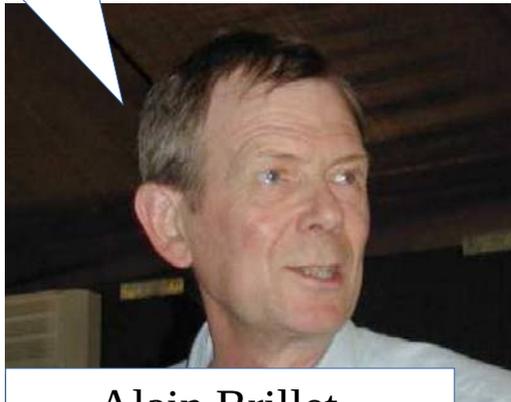
Changement d'échelle. L'idée audacieuse a été de proposer un interféromètre avec **des bras de plusieurs kilomètres** sous vide.



Les savants de chez nous

Trois récepteurs ont été construits aux États-Unis : LIGO H1 et L1 et en France : VIRGO

En pratique, si !



Alain Brillet,
l'expérimentateur
génial

En théorie, il n'y a pas
de différence entre
La théorie et la pratique



Thibault Damour
le relativiste
prodige

photo: G. Paturel

L'ASPECT DES SITES



*VIRGO à Cascina (Italie)
Copyright IN2P3/CNRS*



*LIGO à Livingston, Louisiane (USA)
Copyright Caltech/MIT/LIGO.*

Réflexion d'un extraterrestre observant la Terre depuis une planète lointaine :
« *Il doit y avoir de la vie intelligente sur terre !* »

Les caractéristiques exceptionnelles

(pour aLIGO)

Recyclage des faisceaux

Longueur effective d'un faisceau 1120 km

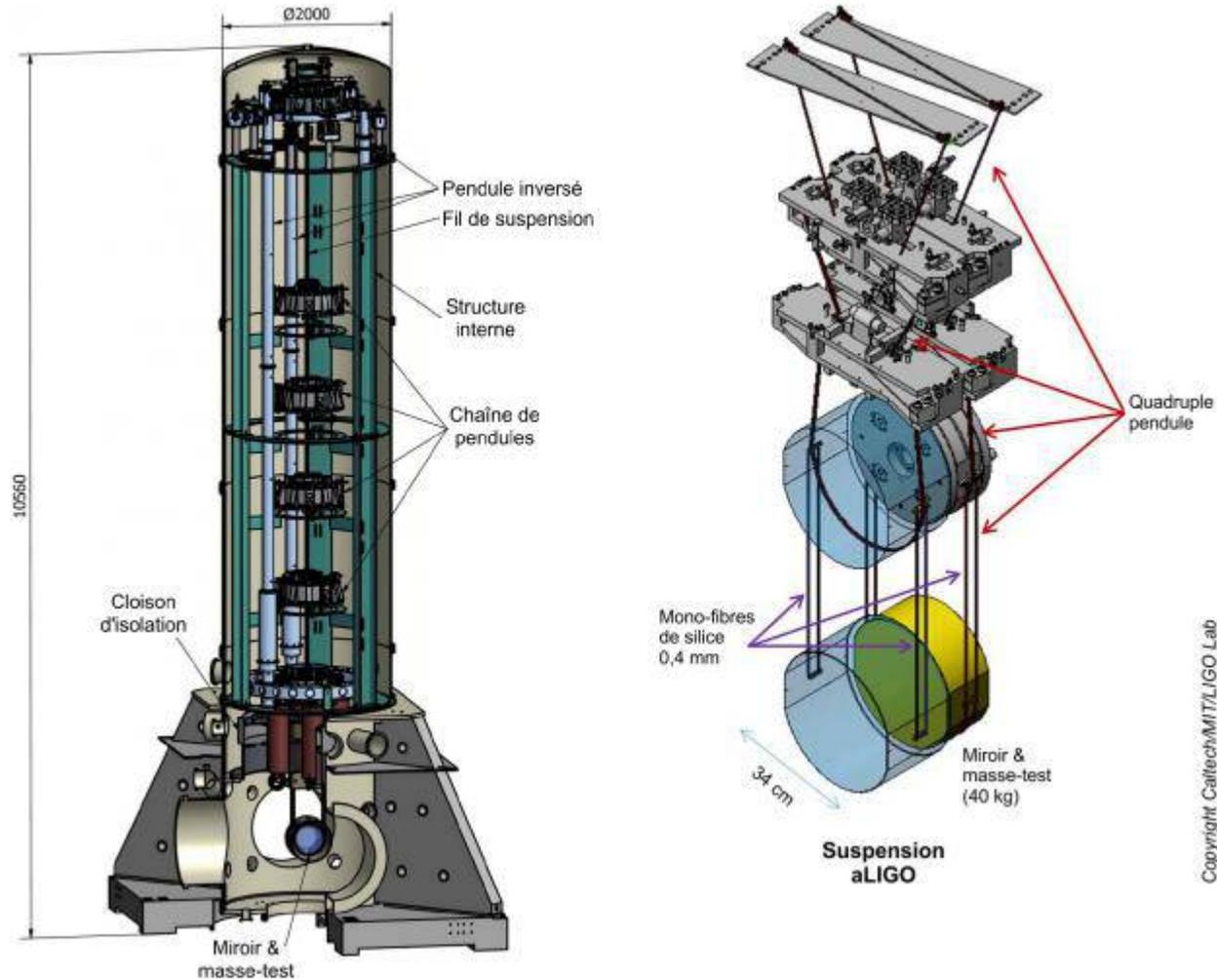
Puissance énorme

Possibilité d'augmenter la puissance du laser sans provoquer le bruit source, car les fluctuations sont corrélées entre les deux bras. La puissance après amplification est de 200W à $\lambda=1,064 \mu\text{m}$, après recyclage il y a en permanence 100 000 W dans les cavités

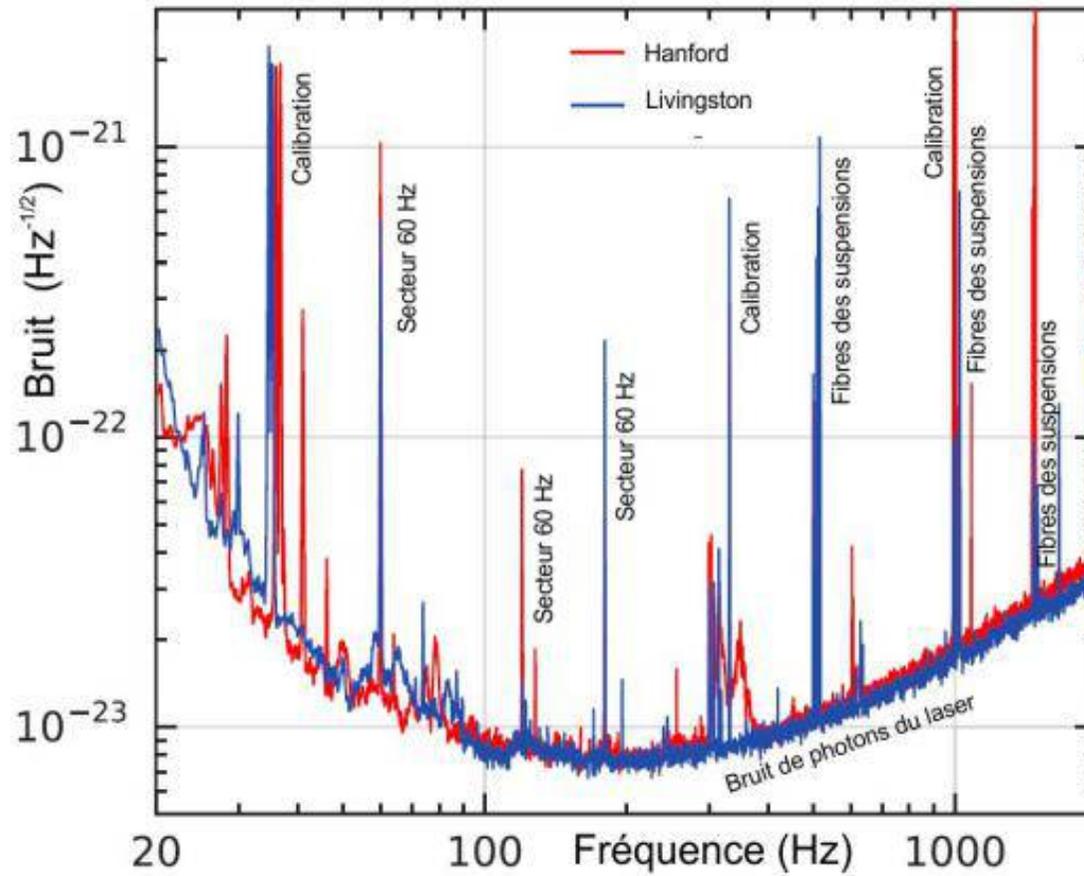
Miroirs exceptionnels multicouches 99,9 % de réflexion, surfaçage à 8 nanomètres près, diamètre 34 cm, épaisseur 20 cm, poids 40 kg, suspension des miroirs très sophistiquée (voir photo)

Pression dans les tubes 10^{-12} de la pression atmosphérique (40 jours de pompage)

Les supports des miroirs valent le détour

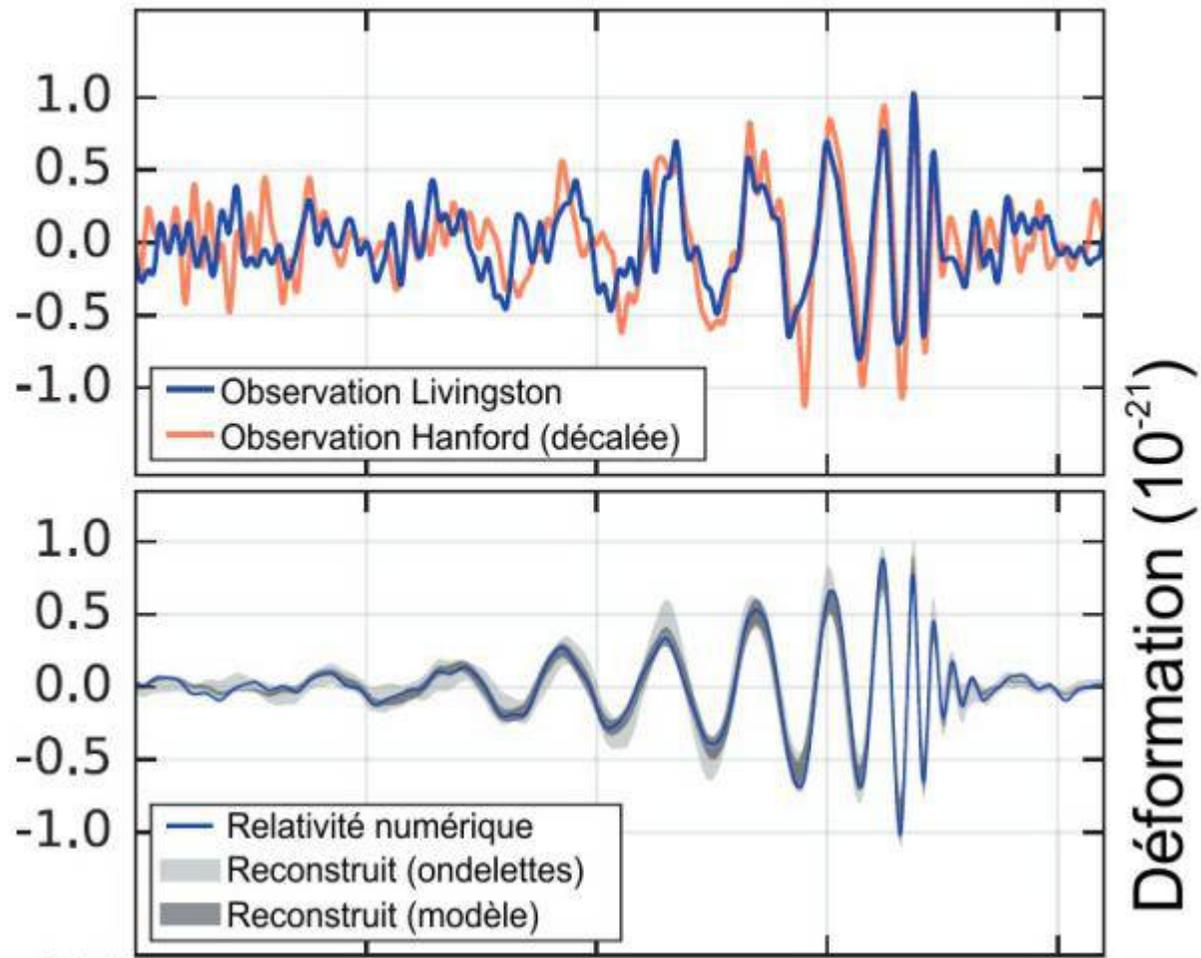


LES PERFORMANCES



© Abbott, B.P., et al., 2016

LA DETECTION du 14/9/2015



L'interprétation du signal

Masse du trou noir principal :

36 Masses solaires

Masse du trou noir secondaire :

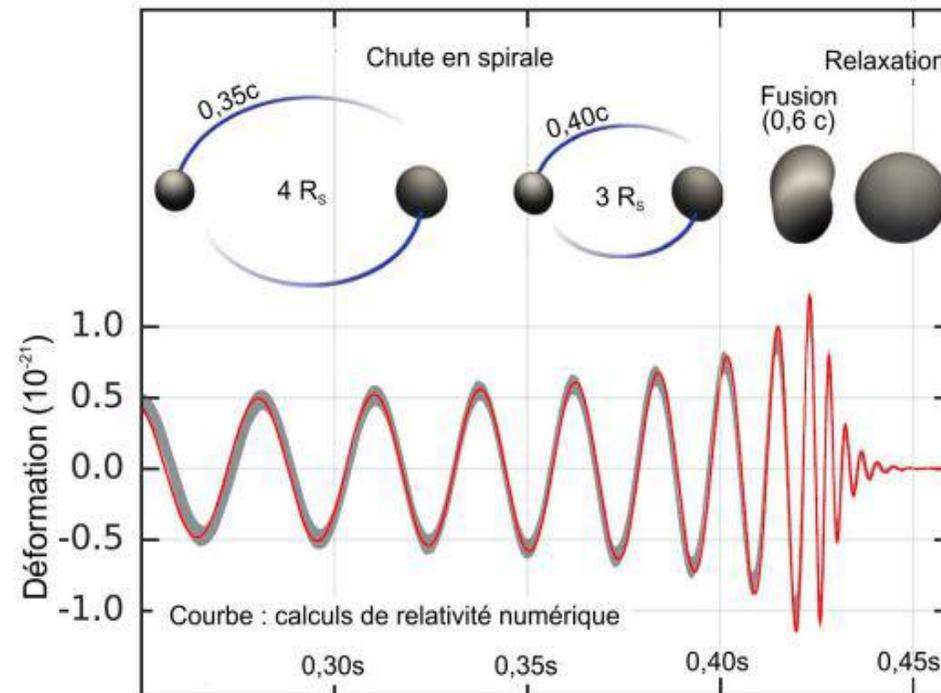
29 Masses solaires

Masse du trou noir résultant :

62 Masses solaires

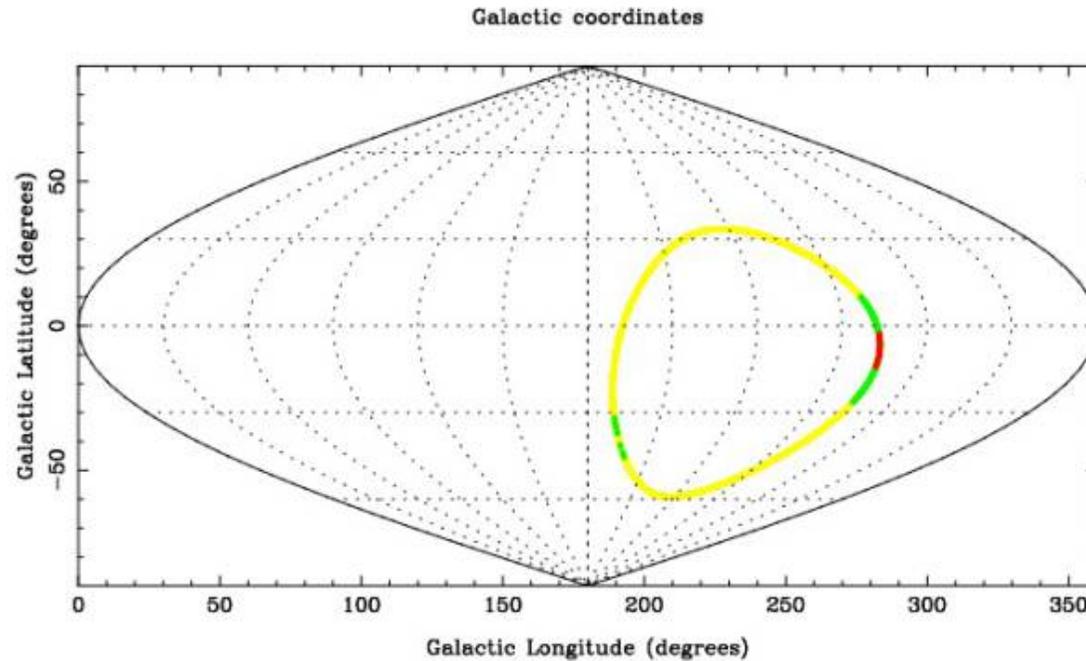
Distance lumineuse :

410 Mpc = 1,3 milliards d'a.l.



La localisation de la source ?

Les directions possibles de la source d'onde gravitationnelle sont données par l'angle défini par le délai de réception entre les deux sites H1 et L1.



Comment affiner la direction ?

Le futur proche



Avec 3 antennes => 3 cercles qui se coupent en un point

Avec 4 antennes => 6 cercles

Le futur lointain viendra de l'espace avec LISA...

LISA pathfinder prépare déjà le terrain