

Tout est relatif



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$V = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{a} T_{\mu\nu}$$

G. Adam 

Version 1.0 Janvier 2010

1

Newton & Galilée

G. Adam 

Le référentiel

- ☀ **Toute observation du monde est faite par un observateur ...**
- ☀ **... qui les rapporte à lui :**
 - › Il est à un certain endroit, à un certain instant
 - › Il est dans une certaine position
 - › Il regarde dans une certaine direction
 - › Il se déplace d'une certaine façon
- ☀ **Ceci définit son référentiel**
 - › Au collège, au lycée, on le matérialise par le **trièdre de référence**

G. Adam CBA by 50

Observation de la chute d'un corps

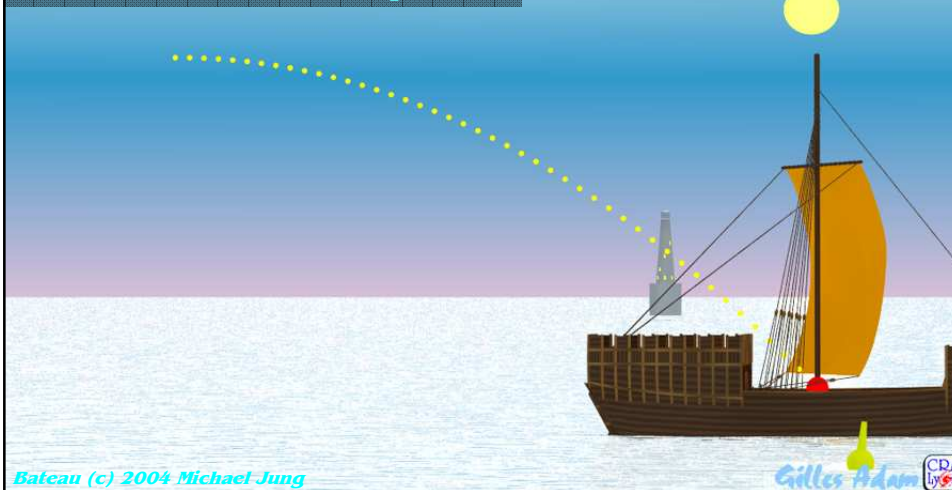
Premier cas :

Le bateau est immobile dans le référentiel de l'observateur, lui-même immobile dans le référentiel du quai.



Observation de la chute d'un corps

Second cas :
Le bateau est mobile
dans le référentiel de l'observateur,
lui-même immobile
dans le référentiel du quai.



Observation de la chute d'un corps

Troisième cas :
Le bateau est immobile
dans le référentiel de l'observateur,
tous deux étant mobiles
dans le référentiel du quai.



La relativité Galiléenne

- ★ Des référentiels en **mouvement rectiligne et uniforme** les uns par rapport aux autres sont **indiscernables** pour l'étude des lois de la mécanique

- › On les dit **galiléens**, ou **inertiels**
- › Il existe un **invariant** quand on passe d'un tel référentiel à un autre, c'est la distance :

$$d = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

G. Adam 

- ★ Il existe un **référentiel universel**, dans lequel on mesure des **vitesse absolues**

- › Les référentiels galiléens sont ceux qui sont en translation rectiligne et uniforme par rapport à celui-ci

- ★ Le **temps**, la **dimension**, la **masse**, sont des caractéristiques absolues

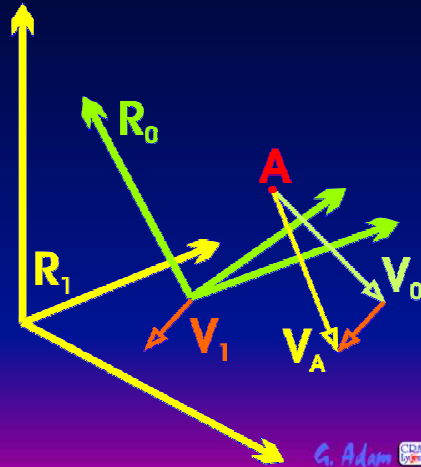
- › Elles sont mesurées à partir de n'importe quel référentiel galiléen

G. Adam 

La composition des vitesses pour Galilée et Newton

- ★ Si un objet A se déplace avec la vitesse v_0 dans un référentiel R_0
- ★ ... le référentiel R_0 se déplaçant avec une vitesse v_1 dans un référentiel R_1
- ★ Alors A se déplace dans R_1 avec la vitesse :

$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$$



2

La vitesse de la lumière

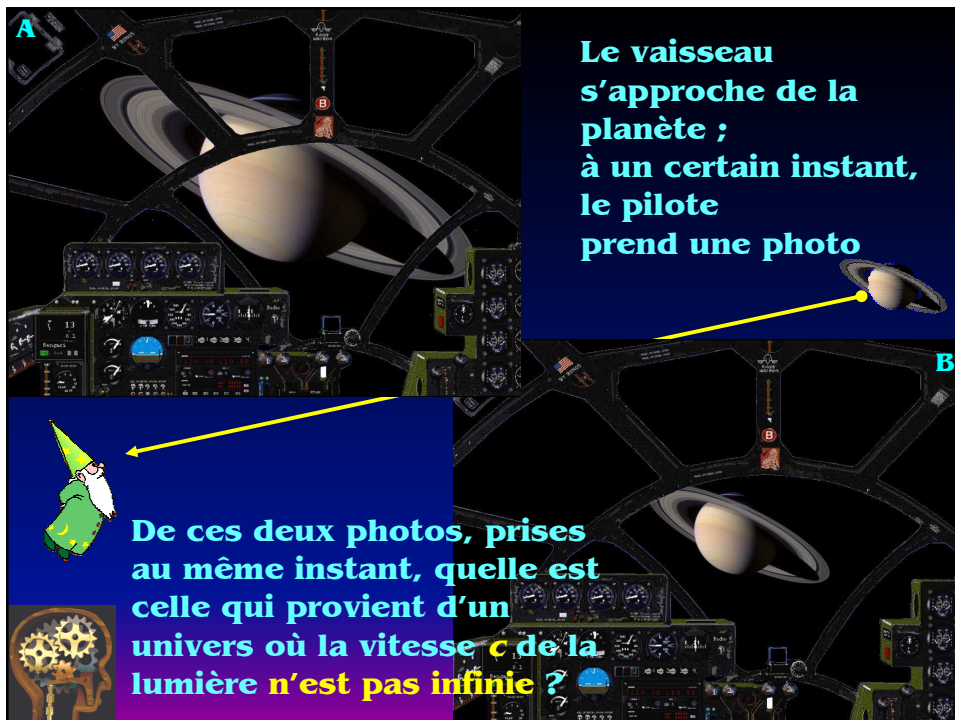
G. Adam

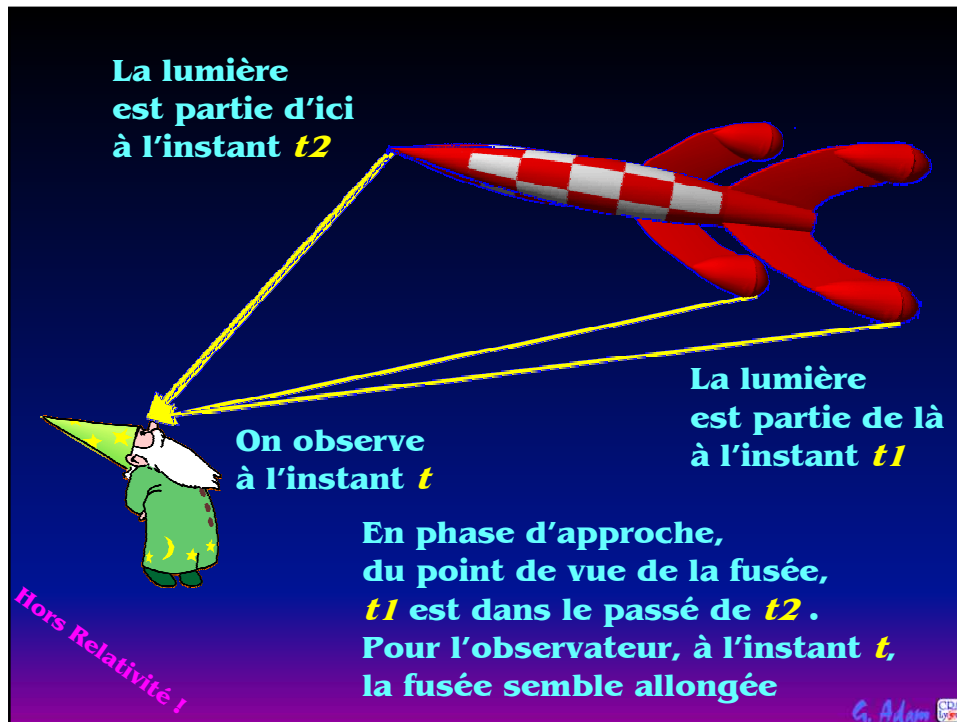
Infinie, ou finie ?

★ Une observation ...

- › S'appuie sur les rayons lumineux issus des diverses parties de l'objet observé ...
- › ... qui nous parviennent à un même instant (référentiel observateur)...
- › ... mais ne sont pas nécessairement émis au même moment (référentiel objet)
- › Si la vitesse de la lumière est finie, un effet de délai intervient !

G. Adam



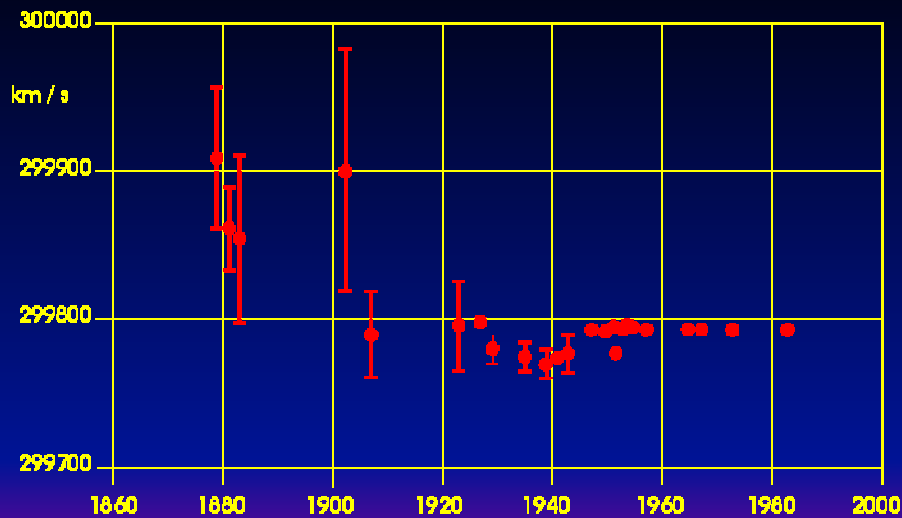


Quelle valeur pour c ?

- ★ 1667 Galilée : « >10 fois la v. du son »
- ★ 1675 Roemer : ~ 200 000 km/s
- ★ 1728 Bradley : 301 000 km/s
- ★ 1849 Fizeau : 313 300 km/s
- ★ 1862 Foucault : 299 796 km/s
- ★ 1974 Blaney et al. :
299 792 459 +/- 0,6 m/s
- ★ 1983 B.I.P.M. : 299 792 458 m/s

G. Adam

Mesures de c , vitesse de la lumière dans le vide



G. Adam

Des nuages sur l'horizon ...

★ **La Physique de la fin du XIXe peut se montrer triomphante**

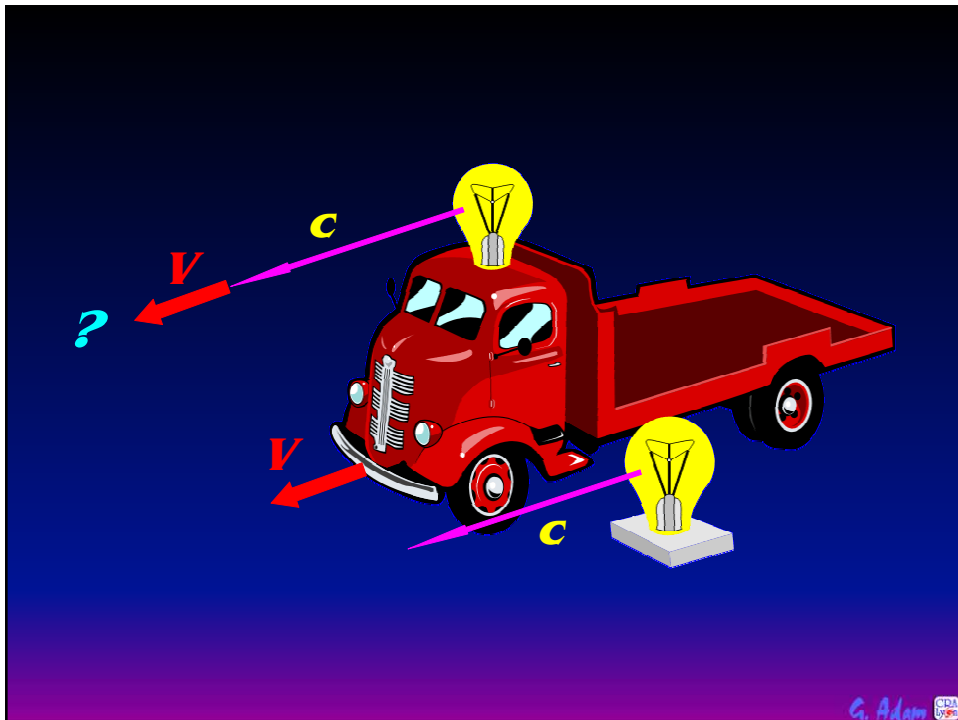
- › La **théorie de la gravitation** de Newton, soutenue par des progrès des outils mathématiques, semble résoudre tous les problèmes de la Mécanique Céleste
- › La **théorie électromagnétique** de Maxwell se révèle extrêmement puissante pour l'étude des phénomènes du même nom

G. Adam

☀ **Mais sur cet horizon radieux
se profilent de sombres nuées ...**

- › La planète Mercure suit une orbite inexplicable par la loi de Newton
- › La théorie E.M. est incapable de calculer l'énergie totale rayonnée par un vulgaire poêle !
- › Les équations de Maxwell ignorent la physique galiléenne : il semble qu'on ne puisse pas ajouter une vitesse à celle des ondes E.M.

G. Adam 



G. Adam 

✦ **Ce qui n'empêchait pas Michelson de professer l'opinion que la science était à peu près arrivée au bout de ses découvertes !**

✦ « Les lois, les faits les plus fondamentaux de la réalité physique ont tous été découverts, et sont maintenant si fermement établis que le fait qu'ils soient jamais remplacés à la suite de nouvelles découvertes est extrêmement improbable ...

Nos découvertes futures sont à rechercher au niveau des sixièmes décimales ... »

G. Adam 

3

La relativité restreinte d'Einstein

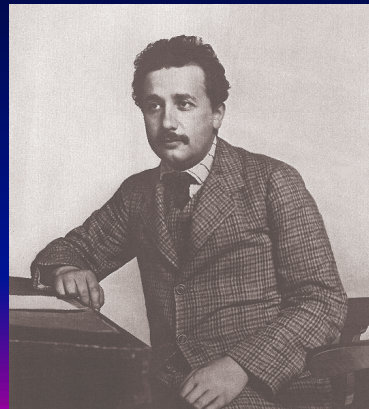
G. Adam 

✦ Au début du XXe siècle, l'électromagnétisme a donc un peu le bec dans l'eau ...

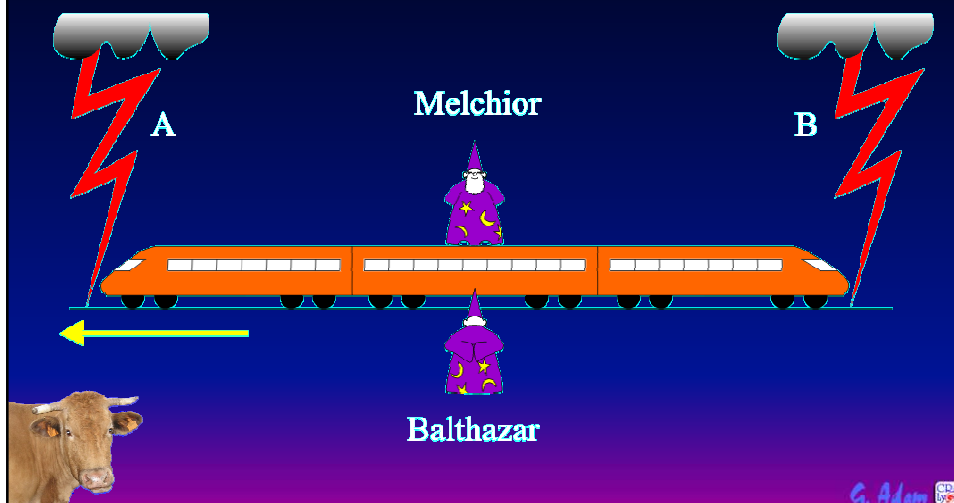
✦ Mais un modeste employé du Bureau des Brevets de Berne, un certain

Albert Einstein, a bien réfléchi à ce problème ...

✦ ... et, justement, il a une idée ...



La simultanéité : absolue, ou relative ?



Horloge à lumière

**Premier cas :
L'horloge est immobile
dans le référentiel de l'observateur**

Gilles ADAM

Gilles ADAM

G. Adam

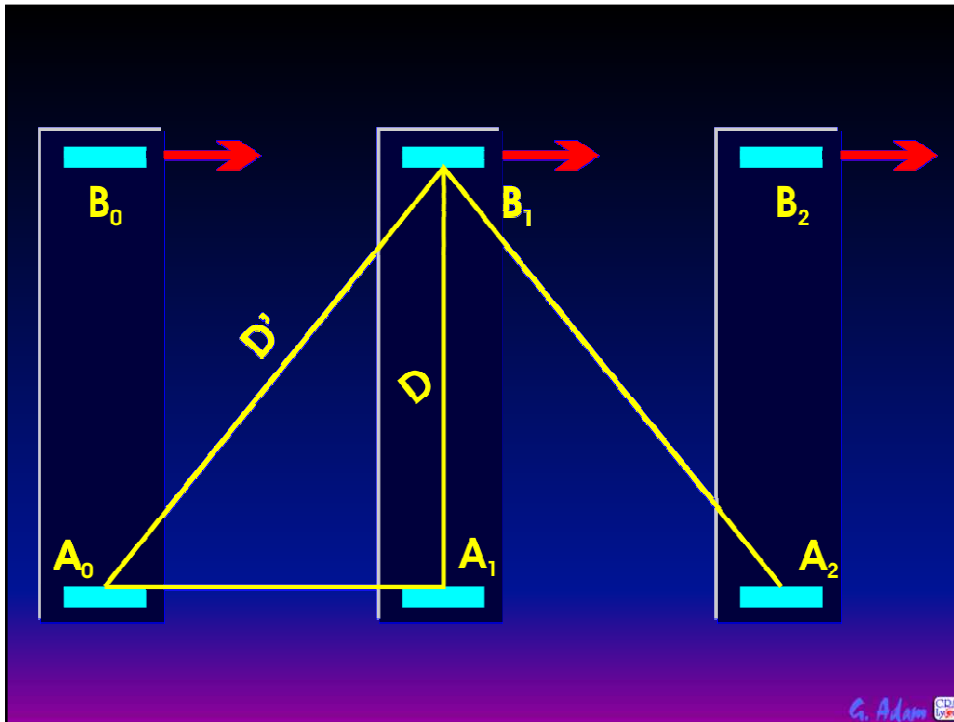
**Second cas :
Horloge en translation rectiligne et uniforme
dans le référentiel de l'observateur.**

Gilles ADAM

Gilles ADAM

Gilles ADAM

Gilles ADAM



$$\Delta t = \frac{2D}{c} \quad \Delta t' = \frac{2D'}{c} = ?$$

$$D' = \sqrt{D^2 + \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2}$$

$$\frac{c\Delta t'}{2} = \sqrt{D^2 + \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2}$$



$$\Delta t' = \frac{2}{c} \sqrt{D^2 + \left(\frac{v \Delta t'}{2}\right)^2}$$

$$(\Delta t')^2 (c^2 - v^2) = 4D^2$$

$$v < c \quad \Rightarrow \quad c^2 - v^2 > 0$$

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t > \Delta t$$



G. Adam 

La physique de la Relativité Restreinte

- ★ Elle est la même (mécanique ET électromagnétisme) dans tout ensemble de référentiels en mouvement relatif rectiligne et uniforme
- ★ Les valeurs observées pour le **temps**, la **dimension**, la **masse**, dépendent de l'observateur
- ★ La vitesse de la lumière dans le vide est une constante universelle :
 $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

G. Adam 

★ **La Relativité Restreinte impose de considérer le temps comme une quatrième coordonnée au même titre que les trois coordonnées spatiales**

- › On ne parle plus de points (x,y,z) à un instant t , mais d'événements (x,y,z,ct)
- › L'élément invariant n'est plus la distance $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, mais l'intervalle :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

G. Adam 

La composition des vitesses relativiste

- ★ Pour respecter l'invariance de c , il faut changer cette loi
- ★ On n'a plus $V_A = v_0 + v_1$, mais :

$$V_A = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}}$$

G. Adam 

★ Calculer V_A pour $V_0 = V_1 = c / 2$

★ Calculer V_A pour $V_1 = c$

★ Que devient la formule si c tend vers l'infini ?



G. Adam 

Le facteur de Lorentz

★ Il exprime la correction relativiste qui s'applique lors d'un changement de référentiel inertiel

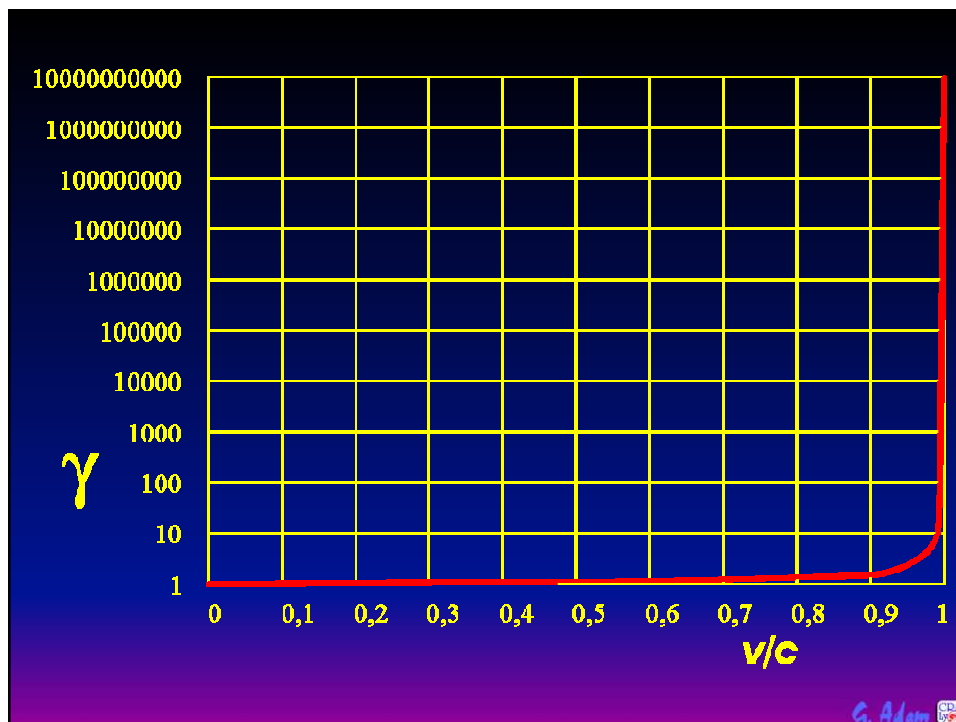
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

G. Adam 

- ★ Calculer γ pour $V = 20 \text{ km/s}$, vitesse typique de nos engins spatiaux
- ★ Calculer γ pour $V = c / 2$
- ★ Que devient γ si V tend vers c ?



G. Adam



G. Adam

Quelques formules

- ☀ **Dilatation du temps**

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

- ☀ **Contraction des longueurs**

$$L' = L / \gamma$$

- ☀ **Augmentation de la masse mesurée**

$$M' = \gamma M$$

- ☀ **Équivalence masse-énergie**

$$E = M c^2$$

G. Adam 

- ☀ **L'égalité**

$$E = m c^2$$

**est la base des applications
de l'énergie nucléaire**

- ☀ **... et par exemple de la production
énergétique des étoiles**

- › **Le Soleil transforme ainsi, chaque
seconde, environ 4,4 MT de matière en
énergie**

G. Adam 

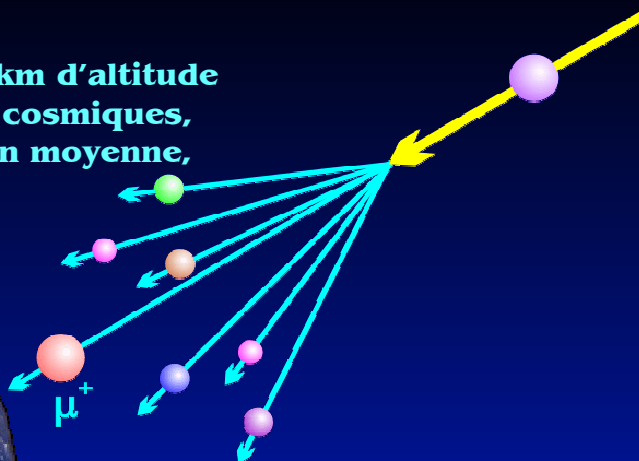
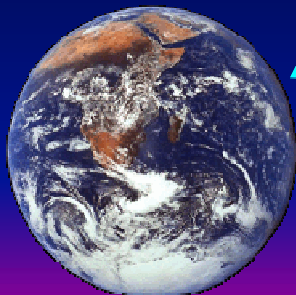
Abandonner le sens commun

- ★ La constance de c pour tous les observateurs a plusieurs effets extrêmement troublants ...
- ★ ... et pourtant vérifiés par d'innombrables expériences !
- ★ Mais ces effets relativistes ne deviennent sensibles que pour de très grandes vitesses, de l'ordre de celle de la lumière

G. Adam 

La double vie des muons

Créés vers 25 km d'altitude par les rayons cosmiques, ils ne vivent, en moyenne, que 2,196 μs



En moyenne, ils ne parcourent donc pas plus de 658 m avant de disparaître

G. Adam 

★ **Et pourtant certains atteignent la surface terrestre !**

★ **Leur vitesse est très élevée : $0,997 c$**

› **D'où un effet relativiste important :**

‹ **Vue du sol, « l'horloge interne » du muon est fortement ralentie ($1/13^e$), sa durée de vie moyenne dans le référentiel « Terre » est donc $\times 13$, tout comme la distance parcourue moyenne, qui monte à $658 \times 13 = 8554 \text{ m}$**

› **Certains muons, « ceux qui vivent les plus vieux », ont ainsi le temps de se propager jusqu'au sol**

G. Adam 

Quel est le point de vue du muon ?

★ **Dans le référentiel du muon joue la contraction apparente des longueurs**

› **Dans ce référentiel, les 25km jusqu'à la surface terrestre apparaissent comme réduits à 1,9km ($1/13^e$ de 25km)**

› **Dans leur temps propre, certains muons ont donc le temps d'atteindre la surface terrestre**

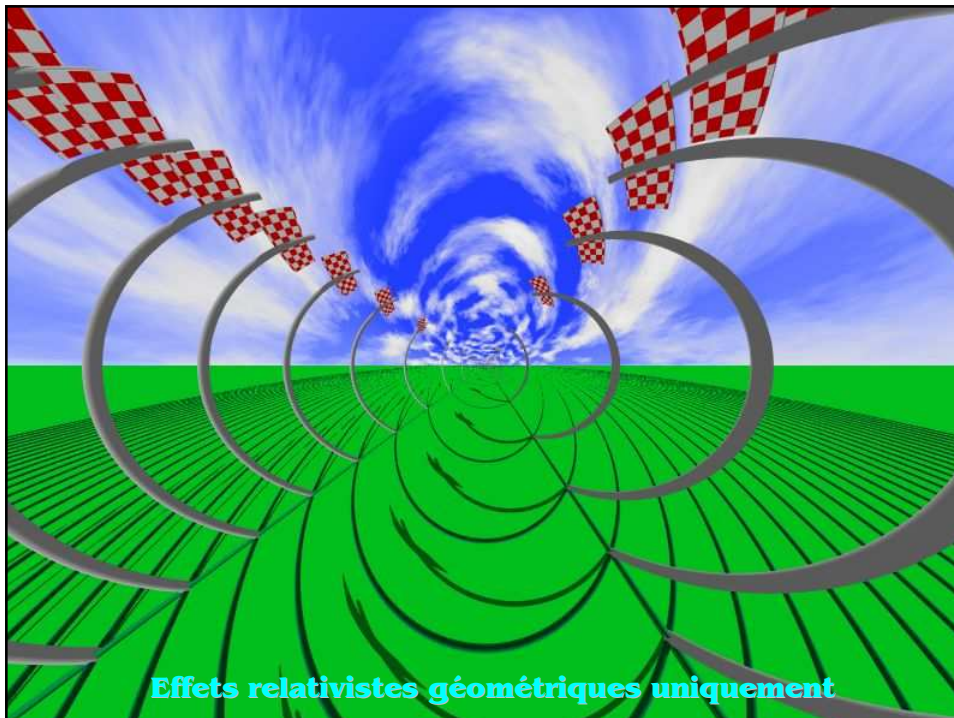
G. Adam 

Dans la vie de tous les jours

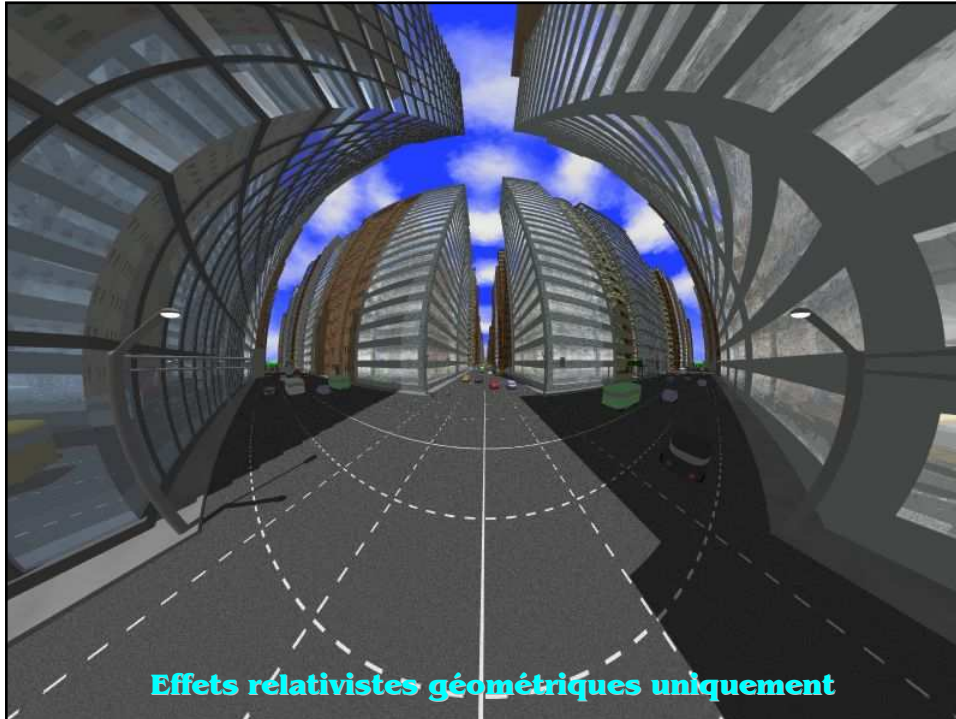
★ Si vous mesurez la longueur d'une voiture passant dans la rue, vous la trouvez inférieure à celle de la même voiture garée

- ◁ Attention : vous ne voyez pas (et ne pouvez ni filmer ni photographier) la différence : l'effet de délai annule l'effet visuel de la contraction
- ◁ N'est perceptible qu'un effet de rotation, imperceptible aux vitesses usuelles, illustré dans les films qui suivent ...

G. Adam 



Effets relativistes géométriques uniquement



La poutre et la grange

Melchior

20 m

0,7 c

Balthazar

25 m

Pour $v = 0,7 c$,
le facteur de Lorentz γ vaut 1,4

G. Adam

☀ **Y aura-t-il un instant où, la poutre étant entièrement à l'intérieur de la grange, Melchior pourra brièvement fermer **simultanément** les deux portes ?**



G. Adam 

- ☀ **Pour Melchior, la poutre mesure $25/1,4 = 18\text{m}$, et la grange 20m**
 - › Il pourra **fermer les deux portes simultanément** (avant de rouvrir très très vite la porte arrière, bien sûr !)
- ☀ **Pour Balthazar, la grange mesure $20/1,4 = 14\text{m}$, et la poutre 25m**
 - › Il est **impossible** que sa poutre se trouve à un instant donné dans la grange avec les deux portes fermées !
- ☀ **Alors ..? Qui a raison ?**

G. Adam 

- ✦ Tous les deux ...
- ✦ Melchior parce qu'il pourra en effet fermer **simultanément** les portes
- ✦ Balthazar parce que ces deux événements lui apparaîtront comme **non-simultanés** :
 - › La porte du fond se fermera, puis se rouvrira, la poutre avançant toujours
 - › Plus tard, la porte de devant se fermera après le passage de l'extrémité arrière de la poutre

G. Adam 

- ✦ Un autre effet est **la variation apparente de la masse**
- ✦ Si vous observez un objet circulant à grande vitesse, et en déduisez sa masse, vous la trouvez supérieure à celle d'un objet identique immobile près de vous
- ✦ Quand la vitesse tend vers **c** , la masse croît sans limite

G. Adam 

- ★ **C'est pourquoi il est impossible d'accélérer un objet matériel jusqu'à la vitesse de la lumière**
- ★ **... et qu'on ne voit absolument pas comment on pourrait réaliser des voyages aller-et-retour à l'échelle galactique**
- ★ **Mais pour des allers simples, certains effets relativistes jouent dans le bon sens ...**
 - › ... et d'autres non !

G. Adam 

Les voyages interstellaires

- ★ **A priori, on peut tirer parti des effets relativistes et envisager des destinations très lointaines**
- ★ **Mais uniquement pour des allers simples !**
- ★ **Et des problèmes nouveaux, peut-être insolubles, apparaissent**
 - › **Bilan énergétique**
 - › **Sécurité**
 - › **Effets gravitationnels**

G. Adam 

Les formules d'un voyage en accélération uniforme

- ★ Valables seulement pour des distances « pas trop grandes »
 - › Notre univers étant en expansion, la Relativité Générale est nécessaire pour des calculs au-delà de quelques millions d'années-lumière

★ On pose :

$$\varphi(t) = \sqrt{1 + \left(\frac{gt}{c}\right)^2}$$

G. Adam 

Distance parcourue :

$$x(t) = \frac{c^2}{g} \left(\varphi(t) - 1 \right)$$

Vitesse atteinte :

$$v(t) = \frac{gt}{\varphi(t)}$$

Temps propre (dans le vaisseau) :

$$\tau(t) = \frac{c}{g} \operatorname{Log}_e \left(\varphi(t) + \frac{gt}{c} \right)$$

G. Adam 

Quelques repères pour $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

t	τ	$x(t)$	$v(t)$	γ
1,19	1	0,56 A.-L.	0,77 c	1,58
3,75	2	2,90	0,97	3,99
83,7	5	82,7	0,999993	86,2
1840	8	1839	0,99999998	1895
113 243	12	113 242	0,999999999996	116 641

<http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/rocket.html>

G. Adam 

★ Quelle serait la distance parcourue pour :

- > $t = 50 \text{ ans}$
- > $g = 10 \text{ m/s}^2$
- > $v_0 = 0$

★ On prendra :

- > $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- > 1 année-lumière = 10^{13} m
- > 1 année = $31,6 \cdot 10^6 \text{ s}$



G. Adam 

La Relativité Restreinte réconcilie mécanique et électromagnétisme

- ★ **Elle les prolonge sans les détruire**
 - › **Des problèmes sont apparus dans des conditions extrêmes ...**
 - › **... la R.R. résout ces problèmes ...**
 - › **... mais se comporte comme les théories classiques aux basses vitesses ...**

G. Adam 

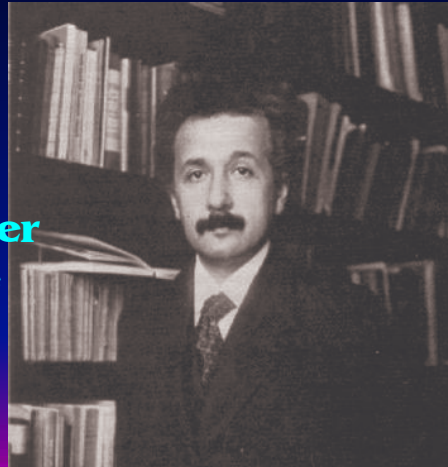
4

La relativité générale

G. Adam 

★ **La Relativité Restreinte laissait Einstein, très soucieux d'universalité pour les lois de la Physique, insatisfait**

★ **Les systèmes non-galiléens (c.à.d. accélérés) semblaient échapper à cette universalité**



★ **Imaginons-nous dans un train qui roule très lentement dans la gare**

- › **Il parait impossible de décider si c'est notre train ou son voisin qui roule : les deux repères sont galiléens**
- › **Mais si notre train freine, nous savons immédiatement que c'est nous qui roulons : notre repère n'est plus galiléen**

★ **Le mouvement accéléré serait donc un mouvement absolu !**

★ **C'est invraisemblable aux yeux d'Einstein...**

La Relativité Générale

- ★ Le principe en est énoncé par Einstein en 1908
- ★ Appuyée sur les travaux de Mach, Lorentz, Poincaré, ... la théorie est exposée en 1915
 - › La clé : un état d'accélération ne peut pas être détecté absolument, car il est indiscernable des effets statiques d'un champ de gravité
 - › La relativité peut ainsi être étendue à TOUS les référentiels



Espace et matière sont inséparables

C'est ce que montre
l' Equation d'Einstein :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{a} T_{\mu\nu}$$

Qui décrit la géométrie de l'univers,
et son évolution, en fonction
de son contenu de matière/énergie

G. Adam 



Quelques effets décrits par la Relativité Générale

- ✦ La plupart ne se manifestent qu'au voisinage de très grandes masses ou/et sur de très grandes distances
- ✦ C'est-à-dire que c'est le domaine des astronomes
- ✦ Et en particulier des cosmologistes
- ✦ Mais pas seulement ...

G. Adam

★ **L'effet le plus connu est celui qui donne naissance aux mirages gravitationnels**

› **Son observation a constitué (1919), le premier test réussi par la R.G.**

★ **Quand on a demandé à Einstein ce qui se serait passé si le test avait été négatif, il a répondu :**

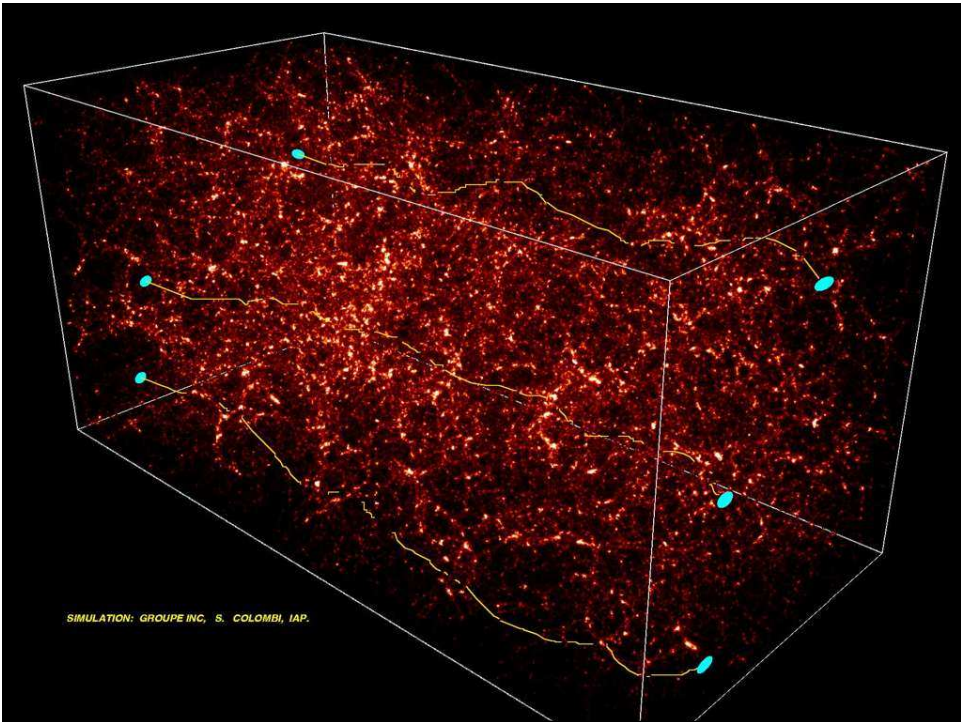
J'aurais été désolé pour le Bon Dieu : la théorie est correcte.

G. Adam 

Le mirage gravitationnel



G. Adam 



☀ **Il existe un effet de ralentissement apparent de l'écoulement du temps dans les champs gravitationnels**

- › Testé de nombreuses fois
- › Pris en compte dans le GPS

☀ **Il existe aussi un effet de contraction apparente des longueurs dans un champ gravitationnel**

☀ **Ces deux effets n'en font qu'un : ils trahissent simplement la déformation de l'espace-temps**

G. Adam 

☀ **L'avance du périhélie de Mercure (43"/siècle), inexplicable en mécanique Newtonienne, est bien prédite par la R.G.**



G. Adam 

- ✦ **La R.G. prédit l'existence d'ondes gravitationnelles**
- ✦ **Certains phénomènes astronomiques semblent correspondre à cette prédiction**
- ✦ **Mais ces ondes restent aujourd'hui non détectées ...**

G. Adam 



Cas extrême : le trou noir



© Armitage & Reynolds

- ✦ C'est un concept assez ancien :
- ✦ À masse constante, si le rayon d'une sphère diminue, la gravité à sa surface augmente
- ✦ Pour un rayon suffisamment petit, la vitesse de libération ($v_L^2 = 2gM/r$) à la surface atteint **c**
 - > L'objet « disparaît » à l'intérieur de cette surface de rayon **$R_S = 2gM/c^2$**
 - < C'est le **rayon de Schwarzschild**
 - « Formule valable pour un trou noir sans rotation
 - > Cette surface est l'**horizon** du trou noir

G. Adam 

- ☀ **Tout objet, toute information, qui franchit l'horizon disparaît dans le TN**
- ☀ **Un TN s'évapore en émettant des photons, d'autant plus vite que sa masse est faible**
 - › Un trou noir doit avoir une masse inférieure à quelques millions de tonnes pour s'évaporer en un temps inférieur à l'âge de l'univers
- ☀ **En principe, on peut faire un trou noir avec n'importe quoi : un dé à coudre de sucre, ou cent million d'étoiles ...**
 - › Pratiquement, on s'attend à rencontrer des trous noirs de masses stellaires (stades terminaux de certaines étoiles) ou galactiques (formations/collisions de galaxies)

G. Adam 

- ☀ **Pour autant qu'on le sache, on ne peut pas pénétrer dans un trou noir, et on ne peut récupérer aucune information sur son intérieur**
- ☀ **Les distorsions de l'espace-temps sont extrêmes au voisinage de l'horizon**
 - › Le cosmonaute qui y tomberait ne remarquerait rien de particulier (~!~)
 - › Un observateur extérieur le verrait au contraire disparaître en mettant un temps infini à atteindre l'horizon

G. Adam 

Observer un trou noir ?

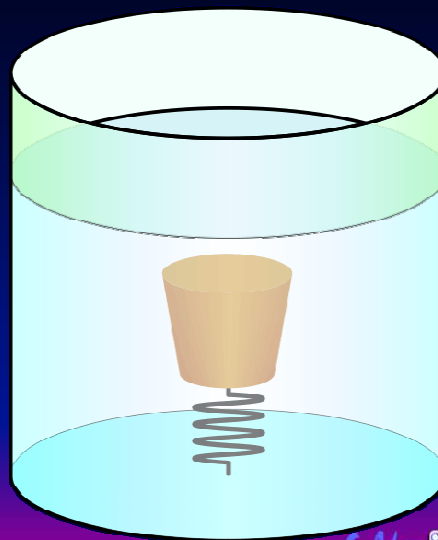
- ✦ Pour l'instant, on n'a que des signatures très convaincantes, mais pas d'observation directe
 - › Centre de notre Voie Lactée
 - › Noyaux actifs de galaxies
 - › Etoiles doubles particulières
- ✦ Mais la situation changera dans la décennie à venir
 - › L'interférométrie radio est à deux doigts de résoudre le TN de la Voie Lactée ...

G. Adam 

Le bouchon dans le seau

Vous sautez de la tour de la Part-Dieu en tenant un seau d'eau où un gros bouchon de liège est retenu au fond par un ressort

Pendant la durée de votre chute libre, **que fait le bouchon** par rapport à la surface de l'eau et au fond du seau ?



G. Adam 

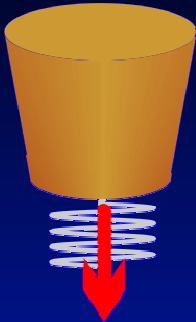
Au début, le bouchon est en équilibre sous l'effet de trois forces :



- Son poids ↓
- La **poussée d'Archimède**, poids de l'eau déplacée ↑
- La **tension du ressort** ↓


G. Adam 

Pendant la chute libre, la R.G. nous apprend que tout se passe comme si la gravité avait disparu



Poids et **poussée d'Archimède**, dont la résultante positive équilibrait la tension du ressort, disparaissent donc

Sous l'effet de la **tension du ressort**, le bouchon **s'enfonce** !

G. Adam 



5

Ce qu'il faut retenir

G. Adam 

- ★ **La vitesse de la lumière est finie**
- ★ **Un objet lointain est observé dans le passé de l'observateur**
- ★ **La vitesse de la lumière dans le vide est une des constantes fondamentales de la physique :**

$$c = 299\,492\,758 \text{ m/s}$$

G. Adam 

- ✦ **La Relativité Restreinte (1905)**
érige en principe la constatation
expérimentale de l'invariance de **c**
pour tous les observateurs
- ✦ **Le monde est décrit dans un
espace-temps à quatre dimensions**
- ✦ **Elle amène à l'abandon de l'espace
et du temps absolus**
 - › **Toute mesure (spatiale ou temporelle)
est relative, et son résultat
dépend de l'observateur**

G. Adam 

- ✦ **Matière et énergie deviennent
interchangeables,
selon la célèbre relation**
$$E = M c^2$$
- ✦ **Ce qui explique l'efficacité
des réactions thermonucléaires
qui chauffent les étoiles**

G. Adam 

- ☀ **La Relativité Générale (1915)**
étend aux systèmes accélérés
le principe de relativité d'Einstein
- ☀ **Elle géométrise la gravitation**
- ☀ **Elle lie l'évolution de l'Univers**
à son contenu de matière/énergie
- ☀ **La R.G. étend sans la détruire**
la mécanique newtonienne

G. Adam 

Pour en savoir un peu (ou beaucoup) plus ...



<http://www.lacosmo.com/>
www.aip.org/history/einstein/
www.upscale.utoronto.ca/PVB/Relativity.html
www.anu.edu.au/Physics/Searle
<http://www.sciences.ch/htmlfr/cosmologie/cosmorelativisteres01.php>
http://www.physicsguy.com/ftl/html/FTL_intro.html
<http://sciences.ows.ch/physique/RelativiteGenerale.pdf>
<http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/rocket.html>
http://www.obs.univ-lyon1.fr/labo/perso/gilles.adam/sumer_bigbang/6/HTML/sumer_bb_6_public_fichiers/frame.htm
 ... etc etc etc ...



J.-P. Auffray, *L'espace-temps, Dominos*, Flammarion
 A. Einstein, *Comment je vois le monde*, Champs, Flammarion
 A. Einstein, *La relativité*, Petite Bibliothèque Payot
 Collectif, *L'espace et le temps aujourd'hui*, Points Sciences, Seuil
 ... etc etc etc ...

G. Adam 