tabli par la connoiſſance qu'il avoit de la conduite des eaux & par la force de ſon génie, qu'il l'a rendu intelligible. On le pourra donner un jour au Public avec les autres Ouvrages de l'Académie.

REGLES DES MOUVEMENS ACCELEREZ ſuivant toutes les proportions imaginables d'accélérations ordonnées.

Par M. VARIGNON.

DANS les Memoires du 31 Decembre dernier M. Varignon a donné un principe general pour toutes ſortes de mouvemens; & afin de faire voir l'uſage & la fécondité de ce principe, il en a fait l'application au Traité *De motu æquabili* de Galilée, & il en a tiré une régle pour les mouvemens uniformes qui comprend en général tous les rapports que l'on peut imaginer entre les *forces* mouvantes, entre les *maſſes* des corps mûs, entre les *eſpaces* parcourus, entre les *temps* employez à parcourir ces eſpaces, & entre les *viteſſes* de ces corps. 31. May 1693.

En appliquant ce même principe au Traité *De motu naturaliter accelerato* du même Auteur, il en a encore tiré une régle pour les mouvemens accélérez, qui n'eſt pas moins générale que celle des mouvemens uniformes. Elle comprend en général tous les mouvemens accélérez, ſuivant quelque puiſſance que ce ſoit des *abſciſſes* ou interceptées de deux grandeurs qui expriment à diſcretion les eſpaces parcourus, les temps employez à les parcourir, &c. c'eſt ce qu'il appelle *accélérations ordonnées*: & en particulier elle comprend non ſeulement toute la doctrine de Galilée touchant l'accélération des corps qui tombent, mais encore tous les rapports poſſibles des *poids* qui tombent; des *plans* le long deſquels ils tombent; des *hauteurs* de ces plans; des *temps* que ces poids employent à parcourir ces plans; & des *vîteſſes* qu'ils ont à la fin de leurs chûtes : & cela d'une maniere univerſelle, & tout à la fois pour tout ce qu'on peut jamais faire d'hypothéſes d'accélérations ordonnées dans la chûte des corps.

I. Soient donc en général les corps *M* & *N*, dont les maſſes ſont *e* & *g*, leſquels parcourent les eſpaces *f* & *h*, dans les temps *c* & *d*, avec des vîteſſes qui croiſſent comme les puiſſances *p* des temps ou des eſpaces, ou plus généralement, comme les puiſſances *p* des abſciſſes des grandeurs *v* & *y* qui repréſentent tout ce qu'on voudra. Que les premieres forces avec leſquelles ces corps commencent à ſe mouvoir, (on n'entend parler ici que des forces que ces corps employent à parcourir les eſpaces en queſtion, & nous de celles qui pourroient les faire piroüetter ou tourner autour de quelqu'un de leurs points) ſoient *r* & *ſ*; & que leurs dernieres vîteſſes, c'eſt-à-dire celles qu'ils ont à la fin de ces mouvemens, ſoient *x* & *z*.

Corps.	Maſſes.	Eſpaces.	Temps.	Premieres forces.	Expoſant des abſciſſes.	Dernieres abſciſſes.	Dernieres viteſſes.
M.	*E.*	*f.*	*c.*	*r.*		*v.*	*x.*
					p.		
N.	*g.*	*h.*	*d.*	*ſ.*		*y.*	*z.*

II. Puiſque dans chaque corps les forces ſont à chaque inſtant comme les vîteſſes qu'elles cauſent, & que (*hyp.*) les vîteſſes ſuivent ici la raiſon des puiſſances *p*. des abſciſſes des grandeurs *v* & *y*; ſi l'on fait $1^p . v^p : : r . rv^p$. & $1^p . y^p . : : \text{ſ} . \text{ſ}y^p$. l'on aura rv^p & $\text{ſ}y^p$, pour les plus grandes forces des corps *M* & *N* à la fin de leurs mouvemens ou des eſpaces parcourus *f* & *h*. Donc les ſommes des forces qui ſe ſont ſucceſſivement trouvées dans chacun des corps *M* & *N* pendant les temps *c* & *d* qu'elles leur ont fait parcourir les eſpaces *f* & *h*, ſont entr'elles comme $\frac{rv^{p+1}}{p+1}$ & $\frac{\text{ſ}y^{p+1}}{p+1}$. Or (*art.* 3. *pag.* 190. *Mem. du* 31. *De-*

cemb. 1692.) ces mêmes ſommes de forces ſont auſſi comme ef & gh. Donc $ef.gh :: \frac{rv^{p+1}}{p+1} . \frac{sy^{p+1}}{p+1} :: rv^{p+1} . sy^{p+1}$. Et par conſéquent $efsy^{p+1} = ghrv^{p+1}$.

III. Telle eſt en général la régle des mouvemens accélerez ſuivant toutes les proportions imaginables d'accélerations ordonnées. Il n'y a plus qu'à s'en ſervir comme l'on a fait de la régle générale des mouvemens uniformes dans le Memoire du 31. Decembre 1692, pour en tirer de même, ſans le ſecours des vîteſſes, tous les rapports des *maſſes*, des *eſpaces*, &c. Si l'on veut y déſigner auſſi les derniéres vîteſſes par les noms x & z qu'on leur a donnez, on aura encore en général $xesy^p = zgrv^p$.

Régle générale.

$$1^\circ. \quad efsy^{p+1} = ghrv^{p+1}.$$

ou

$$2^\circ. \quad xesy^p = zgrv^p.$$

IV. Pour trouver préſentement dans ces égalitez les régles particulieres de toutes les hypothèſes imaginables d'accélérations ordonnées, il n'y a qu'à y ſubſtituer en la place de y^{p+1}, v^{p+1}, ou de y^p, v^p, de pareilles puiſſances de tout ce ſur quoi on voudra régler ces accélérations. Par exemple.

1°. Si l'on veut que l'accélération des corps M & N ait ſuivi les puiſſances p des temps c & d; il n'y a qu'à ſubſtituer c^{p+1}, d^{p+1}, en la place de v^{p+1}, y^{p+1}, dans la premiere égalité, & elle ſe changera en celle-ci $efsd^{p+1} = ghrc^{p+1}$; ou bien ſubſtituant c^p, d^p, au lieu de v^p, y^p, dans la ſeconde égalité, l'on aura $xesd^p = zgrc^p$.

2°. De même ſi l'on vouloit que l'accélération, dont il s'agit ici, eût ſuivi la raiſon des puiſſances p des eſpaces parcourus; il n'y auroit auſſi qu'à ſubſtituer f^{p+1},

h^{p+1}, en la place de v^{p+1}, y^{p+1}, dans la premiere des égalitez générales, & f^p, h^p, au lieu de v^p, y^p, dans la seconde; alors la premiere se changeroit en $efsh^{p+1} = ghrf^{p+1}$, ou en $esh^p = grf^p$, & la seconde en $xesh^p = zgrf^p$.

Et ainsi du reste, en faisant de pareilles substitutions de tout ce surquoi on voudroit régler l'accéleration du mouvement de ces corps, au lieu de v^{p+1}, y^{p+1}, ou de v^p, y^p, dans la premiere ou la seconde des égalitez générales.

V. Il est à remarquer que dans le second de ces exemples, où l'accélération se feroit suivant les puissances p des espaces parcourus, il y auroit toûjours $f . h :: grf^{p+1} . esh^{p+1}$. Ainsi dans l'hypothése de ceux qui voudroient que les vîtesses des corps qui tombent, s'augmentent en même raison que les espaces parcourus, prenant comme eux $p = i$, & $es = gr$, à cause que dans cette hypothése les pesanteurs ou premieres forces r & s sont comme les masses e & g; on auroit toûjours $f . h :: f^2 . h^2$. c'est-à-dire, que dans cette hypothése les espaces parcourus seroient toûjours égaux. Ajoûtez à cela que les égalitez $esh^p = grf^p$ & $xesh^p = zgrf^p$, font voir en général, que réglant ainsi les accélérations sur les puissances p des espaces parcourus, les dernieres vîtesses x & z seroient encore toûjours égales, quelque difference qu'il y eût d'ailleurs entre les masses en mouvement, entre les premieres forces, & entre les espaces parcourus. Ce qui est encore une nouvelle raison de l'impossibilité de cette hypothése, tant en général, qu'en particulier.

VI. Il n'en va pas de même de l'hypothése du premier exemple de l'art. 4. Elle est non seulement très-possible, mais même l'article précedent semble prouver assez qu'elle doit être l'unique suivant laquelle les accélérations ordonnées se puissent faire. Ainsi les égalitez générales de l'art. 3. se réduisent naturellement à celles-ci $efsd^{p+1} = ghrc^{p+1}$, & $xesd^p = zgrc^p$, qui quoique très-particulieres par rapport à ces générales, ne laissent pas de convenir encore à toutes les accélérations réglées suivant telle puissance des temps qu'on voudra. Le détail des régles qui en résultent pour tous les rapports des *forces* mouvantes, des *maßes* en mouvement, des *espaces* qu'elles parcourent, des *temps* qu'elles y employent, & des *vitesses* qu'elles ont à la fin de ces temps, s'en fera comme celui qu'on voit pour les mouvemens uniformes dans le Memoire du 31 Decembre 1692, en donnant à l'exposant *p* telle valeur qu'on voudra. Quant à l'application de cette doctrine à la chûte des corps, on la fera dans un autre Memoire.

SOLUTION D'UN PROBLEME de Géométrie que l'on a proposé depuis peu dans le Journal de Leipsic.

Par M. LE MARQUIS DE L'HOSPITAL.

PLusieurs sçavans Géométres ont regardé comme un défaut considérable dans l'Analyse ordinaire, qu'elle ne s'étend pas aux lignes mécaniques, qui ont cependant des proprietez très-dignes de remarque. C'est ce qui a donné occasion à M. Leibnitz d'inventer une nouvelle espece de calcul, qu'il appelle *differentiel*, dont il a donné des regles dans le Journal de Leipsic du mois d'Octobre de l'année 1684. On peut par le moyen de ce calcul trouver avec facilité les touchantes de toutes sortes de lignes courbes, soit géométriques, soit mécaniques; les plus grandes & les moindres appliquées, où se réduisent toutes les questions *de Maximis & Minimis*; les points d'infléxions; les évolues de M. Huguens; & les caustiques de M. Tschirnhaus. 30. Juin 1693.

Mais le plus difficile reste encore à faire. C'est l'inverse de ce calcul, c'està-dire, une méthode générale pour décrire les lignes courbes, la proprieté de leurs touchan-