

## R E M A R Q U E S

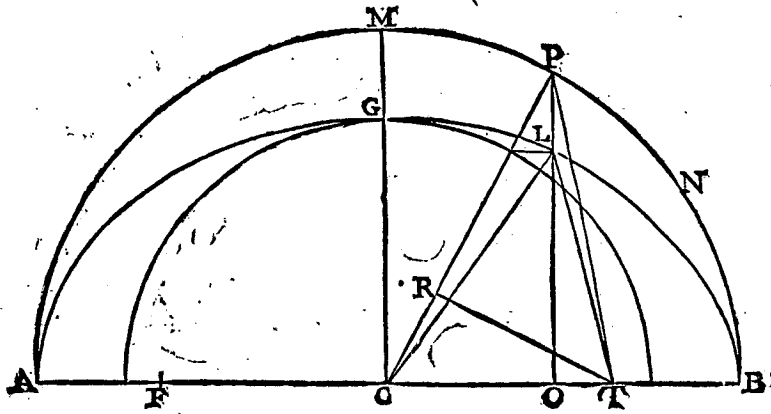
*Sur le mouvement des Planetes , & principalement  
sur celui de la Lune.*

PAR M. DE LA HIRE.

1710.  
18. Juin.

**L**A méthode dont Kepler s'est servi pour déterminer l'Equation du centre des Planetes, comme nous l'appellons, m'a toujours paru la plus vrai-semblable par rapport aux mouvemens des corps dans un liquide. Car il est assez naturel que si un liquide se meut autour d'un point fixe, lequel ne soit pas au centre de son mouvement, ou au centre de l'espace dans lequel il est renfermé, il doit se mouvoir plus vite dans l'endroit le plus étroit que dans celui qui est plus large. C'est aussi ce que nous observons dans les Planetes qui vont plus vite dans leur Perihelie & Perigée que dans leur Aphelie & Apogée. Mais de plus on peut croire par la même raison que la matiere liquide parcourt des espaces égaux en des tems égaux autour de ce point excentrique à son mouvement, puisqu'elle y est emportée d'un mouvement continu & uniforme. C'est sur ce principe que Kepler détermine les mouvemens des Planetes dans des Ellipses, en considerant que le point fixe autour duquel se meut le liquide est un des foyers de cette Ellipse, & que les Planetes étant en équilibre dans ce liquide sont entraînées du même mouvement que le liquide. Il avoit déterminé que la figure de l'orbite des Planetes étoit Elliptique, en faisant une analyse exacte des mouvemens de Mars sur les observations de Tycho, comme il le rapporte fort au long dans le Livre qu'il a donné des mouvemens de cette Planete. Je ne considere ici le mouvement du liquide que dans un plan qui passe par son centre, ce qui suffit pour mon sujet.

Si nous supposons donc qu'en des tems égaux la matiere du liquide parcoure des superficies Elliptiques égales autour de son foyer, ces espaces égaux mesureront les moyens mouvemens des Planetes; & en commençant ce mouvement au grand axe de l'Ellipse que Kepler appelle la ligne des *Apsides*; on aura les angles que cet axe fera avec les lignes menées du foyer à la Planete dans les différentes positions sur son orbite Elliptique, qui mesureront les vrais mouvemens de cette Planete par rapport aux moyens qui seront mesurez par les superficies Elliptiques comprises entre cet axe & les mêmes lignes menées du foyer à la Planete; & enfin la difference entre les angles du vrai mouvement, & les angles qui auront entr'eux même raison que les espaces Elliptiques par rapport à la demi-Ellipse, est ce que nous appellons *l'Equation du centre* pour les angles du moyen mouvement. Kepler la composoit de deux équations séparées, l'une Physique & l'autre Optique. Voici de quelle maniere on en peut faire facilement le calcul dans cette hypothese.



Soit la ligne  $ACB$  le grand axe de l'Ellipse  $AGLB$  & son petit axe  $CG$ , & l'un des foyers soit le point  $T$ . Soit la Planete en  $L$  sur son orbite Elliptique. Si du centre  $C$  de l'Ellipse & pour rayon  $CB$  on décrit le cercle  $AFB$ ,

O o iij.

& que par le point  $L$  on mène l'ordonnée  $PLO$  perpendiculaire à l'axe  $AB$ ; & ayant tiré le rayon  $CP$ , on aura par les propriétés de l'Ellipse  $PO \mid LO \parallel CB$  ou  $CM \mid CG$ . Mais aussi l'on sçait que le segment circulaire  $OPB$  est au segment Elliptique  $OLB \parallel PO \mid LO$  ou  $\parallel CB \mid CG$ ; c'est pourquoi si l'on mène aussi  $PT$ , le triangle  $TPO$  étant au triangle  $TLO \parallel PO \mid LO$ ; il s'ensuit que le triligne circulaire  $TPB$  sera  $\mid$  triligne Elliptique  $TLB \parallel PO \mid LO \parallel CB \mid CG$ .

Enfin il s'ensuit aussi que le triangle  $OCPT \mid$  triangle  $CLT \parallel PO \mid LO$ ; & par conséquent il y aura même raison du secteur de cercle  $CPB$  au secteur d'Ellipse  $CLB \parallel CB \mid CG$  ou  $\parallel PO \mid LO$ , ou enfin  $\parallel$  tout le demi-cercle  $BMA \mid$  la demi-Ellipse  $BGA$ , & par conséquent aussi le triligne circulaire  $BTP$  fera  $\mid$  demi-cercle  $BMA \parallel$  le triligne Elliptique  $TLB \mid$  demi-Ellipse  $BGA$ ; on pourra donc se servir du cercle au lieu de l'Ellipse pour déterminer les moyens mouvemens.

Pour faire donc ce calcul & pour déterminer un triligne  $BPT$  par rapport à tout le demi-cercle  $BMA$ , je suppose d'abord toute la circonférence  $BMA$  divisée en secondes ou en minutes, mais posons ici en minutes pour cet exemple, laquelle en contiendra 10800', & cherchant la valeur du rayon  $CA$  dans ces minutes par le rapport de la circonférence au rayon qui est 355 à 113, on trouvera le rayon de  $3437\frac{3}{4}$ ; & posant un arc  $BP$  à volonté comme de  $45^\circ$  ou de 2700', il est certain que le produit de 2700' par les minutes de la moitié du rayon donneront la valeur du secteur  $BPC$  en quarrés de ces minutes; ce qui n'est pas nécessaire de trouver, comme on va voir.

Posons maintenant l'excentricité  $CT$  qui est la distance entre le-centre  $C$  de l'Ellipse & son foyer  $T$  de  $218\frac{3}{5}$  de ces mêmes minutes comme nous le trouverons dans la suite pour la Lune; si du point  $T$  nous abaissons la perpendiculaire  $TR$  sur  $CP$ , dans le triangle rectangle  $CTR$  dont on connoît l'angle  $TCR$  de  $45^\circ$  comme on l'a don-

né; & le côté  $CT$ , nous trouverons  $TR$  en valeur de ces mêmes minutes de  $134\frac{3}{10}$ , lesquelles étant aussi multipliées par la moitié du rayon, donneront la superficie du triangle  $CTP$  qu'il faut ôter du secteur  $BCP$ ; mais comme ces deux superficies ont une hauteur commune qui est la moitié du rayon, il suffira d'ôter des minutes de l'arc  $BP$  le nombre des minutes de  $TR$ , pour avoir un arc comme  $BN$  dont le secteur  $BCN$  sera égal au triligne  $BTP$ ; & par conséquent aussi l'arc  $BN$  aura même raison à la circonférence  $BMA$  que le triligne  $BTP$  a au demi-cercle  $BMA$ , ou que le triligne  $BTL$  à la demi-Ellipse  $BGA$ ; cet arc  $BN$  détermine donc le moyen mouvement l'astre étant en  $L$  & l'angle  $BTL$  fera le vrai mouvement ou l'apparent qui lui répond.

Mais il sera facile d'avoir l'angle  $BTL$ , car on a  $CB \parallel CG \parallel PO$  qui est le sinus de l'arc  $BP$  qu'on a pris d'abord  $LO$ : on a aussi  $CT$  qui est l'excentricité de la Planete, laquelle doit être connue dans les parties du Rayon &  $CO$  est le sinus de complément de l'arc  $BP$ ; donc dans le triangle  $TOL$  rectangle en  $O$  on trouvera l'angle  $OTL$  qui peut être l'angle cherché du vrai mouvement ou bien son supplément  $BTL$  comme dans cette figure.

Appliquons maintenant cette forme de calcul à la Lune. Nous avons par les Observations la distance de la Terre à la Lune dans son Apogée, comme je l'ai marquée dans ma Table, 18 de 6356 centièmes du demi-diametre de la Terre, & dans son Perigée de 5597 des mêmes parties; & par conséquent le grand axe  $AB$  de l'Ellipse sera de 11953 de ces parties: mais la distance  $FT$  des foyers doit être de 759 qui est la difference de ces deux nombres, & dont la moitié  $379\frac{1}{2}$  est l'excentricité  $CT$ ; & le demi-grand axe de l'Ellipse qui est  $CB$  sera de  $5976\frac{1}{2}$ .

Ensuite puisque  $GT$  doit être égale à  $CB$ , on trouvera  $CG$  de  $5964\frac{1}{2}$  de ces mêmes parties centièmes dans la résolution du triangle rectangle  $CTG$ , dont on connoît les deux côtés  $CT$ ,  $GT$  avec l'angle droit. On trouve aussi par la même résolution l'angle  $CGT$  de  $3^{\circ} 38' 27''$ .

On aura donc le rapport de  $CB$  ou  $CM$  à  $CG$  comme  $5976\frac{1}{2}$ , à  $5964\frac{1}{2}$  lequel doit servir pour tous les points de cette Ellipse. Mais il faut encore connoître  $CT$  en minutes de la circonference du cercle qui doit aussi servir pour tous les points de l'Ellipse.

On a déjà le rapport de  $CB$  à  $CT$  comme  $5976\frac{1}{2}$  à  $379\frac{1}{2}$ ; mais on a trouvé  $CB$  en minutes de  $3437\frac{3}{4}$ , on trouvera donc  $CT$  de  $218\frac{3}{10}$ , comme on l'a posé ci-devant.

C'est sur ces positions que nous avons trouvé  $TR$  pour le point  $P$  de  $134\frac{3}{10}$ , lesquelles étant ôtées des minutes de  $BP$  qui son  $2700$ , il nous restera  $BN$  de  $2565\frac{7}{10}$ , ou bien  $42^{\circ}45'42''$  de moyen mouvement depuis le Perigée en  $B$ , ou bien  $4^{\circ}27'14'18''$  d'anomalie moyenne; il ne reste donc plus qu'à trouver l'angle  $CTL$  qui est le vrai répondant à ce moyen

On a le rayon du cercle  $| 5976\frac{1}{2} ||$  Sinus de l'arc  $BP| PO$  dans les mêmes parties de ce rayon, &  $||$  Sinus de complément de l'arc  $BP | CO$  dans ces mêmes parties; on trouve donc pour  $PO$   $4226$ , & comme le sinus de complément de  $45^{\circ}$  est le même que le sinus droit, on aura aussi  $CO$  de  $4226$ .

Mais nous avons trouvé ci-dessus le rapport de  $CM$  à  $CG$ , & celui de  $PO$  à  $LO$  est le même; d'où l'on aura  $LO$  de  $4217\frac{1}{2}$ , mais  $CT$  est  $279\frac{1}{2}$ , des mêmes parties, &  $CO$  dans le cas proposé de  $4226$ , donc  $OT$  est de  $3846\frac{1}{2}$ .

Et enfin si l'on fait comme  $OT | LO ||$  rayon  $|$  à la tangente de l'angle  $OTL$  qu'on trouve de  $47^{\circ}38'15''$ , qui est dans ce cas l'angle  $BT L$  à cause que  $CO$  est plus grande que  $CT$ , & son supplément l'angle  $AT L$  sera  $132^{\circ}21'45''$ , ou  $4^{\circ}12'21'45''$  pour le vrai lieu de la Lune ou d'anomalie égalée; & par conséquent la différence des deux anomalies sera  $4^{\circ}52'33''$  qui est l'équation du centre, ce qui est très-éloigné de Kepler dans ce point d'anomalie moyenne; car on n'y trouve par ses Tables que  $3^{\circ}32'$ . Aussi dans la moyenne distance la Lune étant en  $G$ , l'Equation du Centre seroit l'angle  $TGF$ , qui est double de l'angle  $TGC$  que nous avons trouvé ci-dessus  
de

de  $3^{\circ} 38' 27''$ , ce qui la feroit de  $7^{\circ} 16' 54''$ , laquelle par toutes les observations & le consentement de tous les Astronomes & même par Kepler, ne peut être tout au plus que de  $5^{\circ}$ .

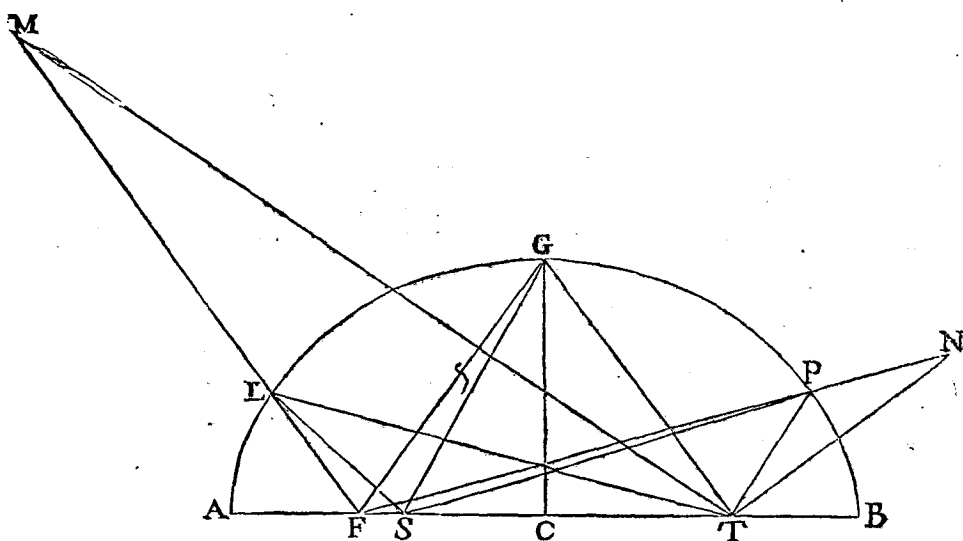
Cette grande différence de  $7^{\circ} 16' 54''$  à  $5^{\circ}$ , ne vient que de ce que Kepler a fait l'excentricité  $CT$  de la Lune, de 4362 parties seulement dont le rayon de l'orbite elliptique ou la moitié du grand axe est de 100000 parties, ce qui étant réduit en centièmes parties du demi-diamètre de la Terre qui est de  $5976 \frac{1}{2}$  comme les observations nous l'ont donné, l'excentricité ne feroit que de  $260 \frac{7}{10}$ , au lieu de  $379 \frac{1}{2}$  que nous avons trouvé par les observations.

L'hypothèse de Kepler, quoique très vrai semblable, ne peut donc pas se soutenir pour la Lune; & il y a grande apparence qu'elle ne conviendrait pas mieux aux autres Planètes, si l'on pouvoit déterminer leur excentricité par observation comme on a fait celle de la Lune; mais les Astronomes se sont contentés de chercher sur l'axe d'une Ellipse dans laquelle ils supposoient que se faisoit leur mouvement, deux points autour de l'un desquels se faisoit le moyen mouvement, & autour de l'autre le vrai; & ils ont supposé que ces points en étoient les foyers, ils y ont employé au moins trois observations, & je donnaï autrefois dans les Journaux la Solution de ce Problème d'une manière très-simple, à l'occasion de ce que l'on avoit publié en Angleterre une manière de la trouver par la rencontre de deux hyperboles. Cette propriété de l'Ellipse est inferée dans mon Traité des Sections Coniques, Livre 8. Proposition 25.

C'est sur cette hypothèse des deux foyers d'une Ellipse, autour desquels se font le moyen & le vrai mouvement des Planètes quoique sans aucun fondement physique, que plusieurs Astronomes modernes ont calculé l'équation du centre des Planètes; mais on n'y trouvera pas mieux son compte pour la Lune que par l'hypothèse de Kepler en posant la distance des foyers telle que l'obser-

vation nous la donne; & pour en faire une qui s'accorde en quelque façon aux apparences, il faut la poser beaucoup plus petite que celle-là.

Cependant on ne peut pas faire des suppositions contraires à la vérité, & il faut nécessairement retenir la position du foyer  $T$  où est la terre sur l'axe de l'Ellipse au lieu où nous l'avons déterminé. Mais comme je ne vois rien qui nous engage à placer l'autre point autour duquel se fait le moyen mouvement, sur l'autre foyer  $F$ ; j'ai pensé que ce point pouvoit être en quelque autre endroit sur l'axe comme en  $S$ , & il sera facile de déterminer la place de ce point  $S$  si l'on donne la plus grande équation du centre comme de  $4^{\circ} 59'$  dans la moyenne distance de la Lune à la Terre



Car  $TG$  &  $FG$  étant égales à  $CB$ , nous avons trouvé ci-dessus l'angle  $TGC$  de  $3^{\circ} 38' 27''$  &  $CTG$  ou  $CFG$  de  $86^{\circ} 21' 33''$ ; & puisque nous posons l'angle  $TGS$  de  $4^{\circ} 59'$ , nous aurons donc l'angle  $TSG$  de  $88^{\circ} 39' 27''$ . C'est pourquoi dans la résolution du triangle  $TGS$  nous aurons le côté  $TS$  de 519 dont  $TF$  est de 759 des mêmes centièmes du demi-diamètre de la Terre, & par conséquent  $FS$  sera 240 des mêmes parties.

Posons maintenant la Lune en quelque point  $L$  sur son orbite ; enforte que l'angle  $AF L$  soit par exemple de  $45^\circ$  ; si l'on prolonge  $FL$  jusqu'en  $M$ , enforte que  $FM$  soit égale à  $AB$ , & ayant mené  $TM$ , on aura dans le triangle  $TMF$  les deux côtés  $FT$ ,  $FM$ , & l'angle compris  $TFM$  de  $135^\circ$ . Donc par la résolution de ce triangle on aura l'angle  $FMT$  ou son égal  $LTM$  à cause de l'Ellipse, de  $2^\circ 27' 36''$ , & l'angle  $TLF$  qui en est le double, de  $4^\circ 55' 12''$ , qui seroit l'équation du centre pour  $45^\circ$ , si le moyen mouvement se faisoit autour de foyer  $F$ , mais cette équation est beaucoup plus grande qu'il ne faut. On trouve donc aussi l'angle  $MTF$  de  $42^\circ 32' 24''$  ; & par conséquent l'angle  $FTL$  sera de  $40^\circ 4' 48''$  qui est l'angle du vrai mouvement de la Lune en  $L$  depuis son Apogée en  $A$ . Mais aussi dans le triangle  $TLF$  dont on connoît l'angle  $FTL$  de  $40^\circ 4' 48''$ , & l'angle  $TFL$  de  $135^\circ$  : & par conséquent l'angle  $TLF$  de  $4^\circ 55' 12''$  avec le côté  $FT$  de 759, on trouvera la grandeur  $FL$  de 5698 ; d'où il suit qu'on aura  $TL$  de 6255.

Maintenant il faut connoître l'angle  $ASL$ . Dans le triangle  $TLS$  on a l'angle  $FTL$  de  $40^\circ 4' 48''$ , le côté  $TL$  de 6255, le côté  $TS$  de 519, & par la Trigonometrie on trouvera l'angle  $TSL$  de  $136^\circ 39' 20''$ , & l'angle  $ASL$  qui est son Supplément de  $43^\circ 20' 40''$ , qui est celui du moyen mouvement la Lune étant en  $L$  ; & par conséquent pour ce moyen mouvement qui est aussi l'Anomalie moyenne de  $1^\circ 13' 20' 40''$ , sa différence au vrai mouvement sera l'équation du centre de  $3^\circ 15' 52''$ . Cette équation du centre pour ce degré d'Anomalie moyenne sera de deux minutes environ plus petite que celle de Kepler.

Mais comme c'est dans les Octans que l'équation du centre est la plus sensible suivant les différentes hypothèses, voyons ce que nous donnera ce même calcul, en posant la Lune en  $P$  sur son orbite, & supposant l'angle  $AFP$  de  $135^\circ$ , & par conséquent  $TFP$  de  $45^\circ$ .

Ayant prolongé  $FP$  en  $N$  &  $EN$  étant égale à  $AB$ ,



on aura aussi  $TP$  égale à  $PN$  par les propriétés de l'Ellipse : c'est-pourquoi dans le triangle  $FNT$  dont on connoît les deux côtés  $FN$  &  $FT$  avec l'angle compris  $TFN$  de  $45^\circ$ , on trouvera l'angle  $FNT$  de  $2^\circ 41' 30''$  ou son égal  $PTN$ , & l'angle  $FTN$  de  $132^\circ 18' 30''$ ; c'est-pourquoi on aura l'angle  $FTP$  de  $129^\circ 37' 0''$ , qui fera celui du vrai mouvement, la Lune étant en  $P$ .

Mais dans le triangle  $FPT$  dont on aura l'angle  $FPT$  de  $5^\circ 23' 0''$  qui est le double de  $FNT$  avec l'angle  $FPT$  de  $45^\circ$ ; & par conséquent l'angle restant  $FTP$  de  $129^\circ 37' 0''$  comme on l'a déjà trouvé, on trouvera les côtés  $TP$  de  $5720 \frac{1}{2}$  &  $FP$  de  $6232 \frac{1}{2}$ .

Maintenant dans le triangle  $TSP$  on connoît le côté  $TP$  de  $5720 \frac{1}{2}$ , le côté  $TS$  de  $519$  & l'angle compris  $PTS$  de  $129^\circ 37' 0''$ , on trouvera donc l'angle  $TSP$  de  $46^\circ 36' 12''$ , & son supplément l'angle  $ASP$  de  $133^\circ 23' 48''$ , ou bien  $4^\circ 13' 23' 48''$  pour l'Anomalie moyenne de la Lune en  $P$ , dont la différence à l'angle  $ATP$  du vrai lieu de  $129^\circ 37' 0''$  fera  $3^\circ 46' 48''$  pour l'équation du centre répondante au moyen. Kepler donne pour ce degré d'Anomalie moyenne la même équation à quelques secondes près.

Si l'on juge que l'équation du centre telle qu'elle est dans Kepler, puisse servir à rendre les apparences de la Lune quoiqu'elle soit fondée sur une fausse excentricité, celle que je propose ici qui est établie sur la vraie y pourra suffire: mais cette excentricité de la Lune ou sa distance à la Terre  $T$  dont elle est tirée dans l'Apogée en  $A$  & dans le Perigée en  $B$ , n'est pas toujours la même, & elle n'est comme elle a été posée ci-devant, que lorsque l'Apogée ou le Perigée de la Lune est joint au Soleil; car lorsque le Soleil est éloigné de l'Apogée ou du Perigée de trois Signes, la Lune dans son Perigée se trouve plus éloignée de la Terre de 172 centièmes du demi-diamètre de la Terre, qu'elle n'étoit lorsque l'Apogée ou le Perigée sont en conjonction au Soleil, quoique dans ce cas d'éloignement de trois Signes, elle soit toujours à la même distance de la Terre étant dans son Apogée que

dans le premier cas , comme on le voit par ma Table 23 : ainsi pour ce cas ou pour cette disposition de l'orbite de la Lune par rapport au Soleil , cette orbite doit être différente de celle du premier cas , & elle doit changer peu à peu à proportion que son Apogée ou son Perigée se rapproche de la conjonction au Soleil.

Dans ce cas du plus grand éloignement de la Lune à la Terre dans son Perigée , tout l'axe entier  $AB$  de son orbite Elliptique sera donc de 12125 centièmes du demi-diamètre de la Terre ; mais  $TB$  sera de 5769 & l'excentricité  $CT$  de  $293\frac{1}{2}$ .

Si l'on pose maintenant pour ce cas l'angle  $AFL$  de  $45^\circ$  , & par conséquent  $TFM$  sera de  $135^\circ$  , on aura dans le triangle  $FMT$  les deux côtés ,  $MF$  de 12125 &  $FT$  de 587 avec l'angle compris  $TFM$  de  $135^\circ$  , on trouvera par la résolution de ce triangle l'angle  $FMT$  ou son égal  $MFL$  de  $1^\circ 53' 43''$  , & l'angle  $MTF$  de  $43^\circ 6' 17''$  . Mais l'angle  $FLT$  de  $3^\circ 47' 26''$  qui est double de  $FMT$  , sera l'équation du centre pour le moyen  $AFL$  de  $45^\circ$  ; & l'angle du vrai sera  $ATL$  de  $41^\circ 12' 34''$  . Cette équation du centre est plus grande que celle de Kepler de plus de 23 , ce qui ne peut pas servir.

Aussi si l'on cherche l'angle  $TGF$  dans la moyenne distance la Lune étant en  $G$  dans ce cas ; on aura dans le triangle rectangle  $CTG$  le côté  $TG$  de  $6062\frac{1}{2}$  & le côté  $CT$  qui est l'excentricité , de  $293\frac{1}{2}$  , d'où l'on trouvera l'angle  $TGC$  de  $2^\circ 46' 30''$  & son double  $TGF$  seroit l'équation du centre dans ce point. Mais cette équation est trop grande & elle ne peut être tout au plus que de  $4^\circ 59' 0''$  comme on l'a posée cy-devant , mais Kepler la fait de  $5^\circ$  ; il faudroit donc chercher aussi dans ce cas un point  $S$  autour duquel se feroit le moyen mouvement, comme nous avons fait pour l'autre cas que nous avons examiné d'abord.

Pour trouver ce point  $S$  nous aurons dans le triangle  $TGS$  , l'angle  $TGS$  de  $4^\circ 59' 0''$  . Nous aurons aussi l'angle  $GTS$  de  $37^\circ 13' 30''$  qui est le complément de l'angle  $TGC$

que nous avons trouvé ci-devant de  $2^{\circ} 46' 30''$ ; & par conséquent l'angle  $TSG$  supplément de ces deux angles sera aussi connu de  $87^{\circ} 47' 30''$ ; & de plus nous avons le côté  $TG$  de  $6062\frac{1}{2}$ , c'est pourquoi nous trouverons  $TS$  de  $527$  &  $FS$  sera de  $60$ .

Si nous posons donc maintenant la Lune en  $L$  & l'angle  $AFL$  de  $45^{\circ}$  comme nous avons fait d'abord, nous trouverons de même l'angle  $FLT$  de  $3^{\circ} 47' 26''$ . Mais dans le triangle  $TLF$  dont on a le côté  $TF$  de  $587$  avec l'angle  $TLF$  de  $3^{\circ} 47' 26''$ , & de plus l'angle  $TFL$  de  $135$ ; & par conséquent aussi leur supplément l'angle  $FTL$  de  $41^{\circ} 12' 34''$ . D'où nous trouverons le côté  $FL$  de  $5850$  & par conséquent  $TL$  à cause de l'Ellipse de  $6275$ .

Mais dans le triangle  $TLS$  on a le côté  $TS$  de  $527$ , l'angle  $STL$  de  $41^{\circ} 12' 34''$ , & le côté  $TL$  de  $6275$ , c'est pourquoi on trouvera l'angle  $TSL$  de  $135^{\circ} 24' 37''$  dont le supplément  $44^{\circ} 35' 23''$  sera l'angle  $ASL$  du moyen mouvement, ou  $1^{\circ} 14' 35' 23''$  d'Anomalie moyenne & l'angle  $ATL$  du vrai de  $41^{\circ} 12' 34''$ , ou  $1^{\circ} 11' 12' 34''$ , & leur différence  $SLT$  de  $3^{\circ} 22' 49''$  sera l'équation du centre pour ce degré d'Anomalie moyenne; cette équation s'accorde avec Kepler, quoique sa plus grande équation soit de  $5^{\circ}$  & celle sur laquelle nous venons de calculer ne soit que de  $4^{\circ} 59'$ , mais la différence de  $1'$  ne peut faire qu'environ  $40''$  dans ce point.

Maintenant si l'on pose aussi la Lune en  $P$ , & que l'angle  $AFP$  soit de  $135^{\circ}$  ou  $TFP$  de  $45^{\circ}$ ; dans le triangle  $FNT$  on a le côté  $FN$  égal à  $AB$  de  $12125$ , le côté  $FT$  de  $587$  & l'angle compris  $TFN$  de  $45^{\circ}$ ; on trouvera l'angle  $FTN$  de  $132^{\circ} 58' 12''$ , & l'angle  $TNF$  de  $2^{\circ} 1' 48''$  & son double l'angle  $FPT$  de  $4^{\circ} 3' 36''$ , & aussi l'angle  $FTP$  de  $130^{\circ} 56' 24''$  du vrai mouvement.

De plus dans le triangle  $FTP$  on a l'angle  $FPT$  de  $4^{\circ} 3' 36''$ , le côté  $TF$  de  $587$  & l'angle  $TFP$  de  $45^{\circ}$ , on trouvera donc le côté  $TP$  de  $5862\frac{1}{2}$ .

Enfin dans le triangle  $TPS$  on a le côté  $TP$  de  $5862\frac{1}{2}$ , le côté  $TS$  de  $527$  & l'angle compris  $FTP$  de  $130^{\circ} 56' 24''$ .

On trouvera donc l'angle  $TSP$  de  $44^{\circ} 23' 28''$ , & son supplément l'angle  $ASP$  de  $135^{\circ} 36' 32''$ , ou l'Anomalie moyenne  $4^s 15^{\circ} 36' 32''$ , la Lune étant en  $P$  dont l'équation de Kepler dans ce point est de 2' plus petite quoiqu'elle dût être un peu plus grande.

On voit par ces calculs qu'il n'y auroit pas grande différence entre l'équation du centre de la Lune de Kepler, & celle qu'on trouveroit par la méthode que je propose, qui est fondée sur son excentricité observée, supposé que son orbite fût Elliptique, ce qui ne peut pas être fort éloigné de la vérité; & si l'on faisoit deux Tables pour les deux cas extrêmes d'excentricité dont nous venons de parler, on pourroit prendre une équation par parties proportionnelles entre deux suivant la distance de l'Apogée ou du Perigée de la Lune au Soleil, ou bien au moins en faire une de correction à l'équation du centre trouvée dans le premier cas où l'Apogée ou bien le Perigée de la Lune est joint au Soleil. Cette Table de correction d'équation du centre conviendrait à ma Table 23 de correction des diamètres &c. de la Lune, ce qui me sembleroit plus commode. Mais enfin quand on aura pris toutes ces précautions on ne peut point encore s'affurer de la vérité, puisqu'on connoît que les mouvemens de la Lune sont si compliqués & qu'il y a tant de causes qui y concourent, qu'on ne pourra pas facilement les démêler les unes d'avec les autres pour les réduire en règle. Ceux qui ne connoissent pas toutes ces difficultés, sont surpris de voir que les calculs des Eclipses s'écartent quelquefois de l'observation de plusieurs minutes; mais ils dévoient plutôt admirer qu'on soit parvenu à des prédictions si justes, puisque 4 ou 5 minutes de degré d'erreur dans la position de la Lune, en peuvent faire assez souvent une de 10 ou 12 minutes de tems dans les Eclipses, & une seule minute de différence dans la latitude en peut apporter une beaucoup plus grande à proportion & principalement dans les petites Eclipses, sans y faire en-

trer des causes physiques fort irregulieres qui peuvent avoir grande part dans les Eclipses de Lune.

Pour ce qui est des Planetes, leurs mouvemens ne peuvent jamais être si composés que ceux de la Lune, puisqu'ils dépendent seulement du Soleil autour duquel ils se meuvent. On doit penser qu'il en fera de même des Satellites de Jupiter & de Saturne comme de la Lune, lesquels tournent autour de ces Planetes comme la Lune autour de la terre; mais à cause que ces Planetes sont beaucoup plus éloignées du Soleil que la Terre, les alterations de ces Satellites, seront moins grandes & moins sensibles que dans la Lune; enforte que si dans quelqu'aspect de la Lune au Soleil on doit lui faire une correction de plusieurs minutes, il n'en faudra peut-être qu'une dans un Satellite par la même cause; cependant quelle que soit cette correction, elle doit paroître vûë de la Terre, dans leurs Eclipses faites par l'ombre de leur Planete à très peu près comme si nous étions dans ces Planetes.

