

Voyage d'une sonde de la Terre à Mars

Partie I - Orbites d'une sonde

Une sonde spatiale, lancée dans le système solaire, moteurs éteints, suit une orbite keplérienne : une ellipse (voir document *De l'ellipse*) dont le Soleil est à l'un des foyers.

I - Lois de Kepler ?

Enoncer les lois de Kepler.

II - Orbite de la Sonde

Pour éviter toute dépense superflue de carburant par des changements de trajectoire et de vitesse, au lancement on profitera de la vitesse de la Terre sur son orbite. La sonde sera lancée tangentiellement à l'orbite de la Terre.

A l'arrivée l'orbite la plus économique sera celle qui sera juste tangente à l'orbite de la planète à atteindre.

Ila - Schéma des orbites de la Terre, de Mars (ou d'une planète) et de la sonde ?

On simplifie en prenant des orbites circulaires pour les planètes.

Ilb - Caractéristiques de l'orbite de la sonde

Demi-grand axe sonde ?

Excentricité ?

Période sidérale sonde ?

Temps de parcours

Vitesse angulaire moyenne (par jour)

On distinguera quand c'est nécessaire les cas des planètes inférieures ou supérieures.

IIC - Calcul sur tableur : tableau des orbites des planètes et de la sonde , demi-grand axe, excentricité, période ?

Utiliser fichier Excel [**orbites_sonde.xls**] / [**feuille Orbites**]

On trouvera dans le **tableau I** les **Caractéristiques des planètes**.
Où retrouver les valeurs actuelles adoptées par l'UAI (Union Astronomique Internationale) ?
A l'IMCCE :
<http://www.imcce.fr/page.php?nav=fr/ephemerides/astronomie/Promenade/debutweb.php>

| Planète | <i>a (u.a.)</i> | <i>e</i> | <i>P (jours)</i> |
|---------|-----------------|----------|------------------|
| Mercure | 0.387 | 0.2060 | 87.969 |
| Vénus | 0.723 | 0.00677 | 224.701 |
| Terre | 1 | 0.01671 | 365.256 |
| Mars | 1.524 | 0.0934 | 686.980 |
| Jupiter | 5.203 | 0.0485 | 4332.589 |
| Saturne | 9.555 | 0.05551 | 10759.23 |
| Uranus | 19.218 | 0.04643 | 30688.48 |
| Neptune | 30.11 | 0.00899 | 60182.29 |

Calculer dans les colonnes E, F et G du [Tableau I]

- les périodes en années (col. E),
- les périodes obtenues par la 3^{ème} loi de Kepler (col. F)
- les vitesses angulaires moyennes (col. G) des planètes.

Formules de calcul ? Formules Tableur ?

La [cellule C3] contient la valeur de l'année sidérale en jours.

IId - Position et période de la planète au lancement

Pour que Mars (ou la planète) soit au rendez-vous lorsque la sonde arrive, il faut qu'au lancement la Terre et Mars soit dans la bonne configuration angulaire.

Angle de rotation de la planète durant le parcours ?

Position de la planète au départ (angle $T_pST_p = \beta_0$) ?

Où est la planète à l'arrivée de la sonde ?

- départ en avance ?
- départ en retard ?

La période où la configuration Terre - planète est propice au lancement s'appelle une *fenêtre de tir*.

Ile - Périodicité des fenêtres de tir

La configuration où l'angle β_0 vaut une valeur déterminée se reproduit périodiquement comme les conjonctions ou les oppositions de la planète avec le Soleil. C'est la *période synodique*.

Formule de la période synodique ?

Calcul des périodes synodiques

[Tableau III Feuille Orbites]

Calculs tableur ?

A l'aide des formules donnant la période synodiques en fonction des périodes sidérales de la Terre et la planète, calculer les périodes synodiques des planètes.

III - Tabulation et tracés des orbites de la Terre, de Mars et de la sonde

IIIa - Tabulation des orbites de la Terre, de Mars

(Fichier *excel [orbites_sondes.xls]*, [*feuille tracés*])

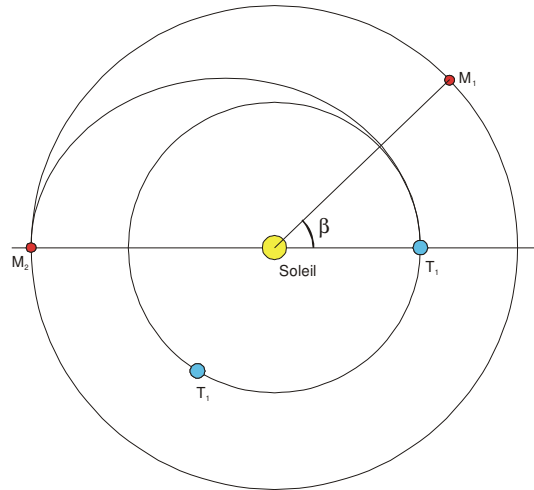
On va maintenant calculer les positions de la Terre et de Mars (en X et Y) pour des orbites circulaires, avec un pas temporel de 1 jour, sur des périodes nécessaires aux tracés des deux orbites des planètes.

Au jour 0, la Terre est à l'origine, et Mars fait un angle β_0 (que l'on pourra faire varier)
l'angle de rotation par rapport au point origine.

Organisation de la [*feuille Tracés*] des orbites . Pour la terre et Mars :

colonne A : numérotation jour
colonne B : α , angle de la Terre
colonne C et D : X, Y de la Terre
colonne F et G : X, Y Mars
cellule G2 (au) : l'unité astronomique en km

cellule C10 (b0) : β_0 angle origine de Mars
cellule C7 (vat) : vitesse angulaire de la Terre
cellule D7 (vam) : vitesse angulaire de Mars
colonne E : β , angle de Mars



Formules des colonnes ?

Angle de la Terre α
Abscisse de la Terre X Terre
Ordonnée de la Terre Y Terre
Angle de Mars β
Abscisse de Mars X Mars
Ordonnée de mars Y Mars

Formules des colonnes

| col. | Variable | Formule | Formule tableur |
|------|----------|---------|-----------------|
| B | α | | |
| C | X Terre | | |
| D | Y Terre | | |
| E | β | | |
| F | X Mars | | |
| G | Y Mars | | |

Nombre de jours de tabulation
pour la Terre ?

Pour Mars ?

IIIb - Tabulation et tracé de la sonde

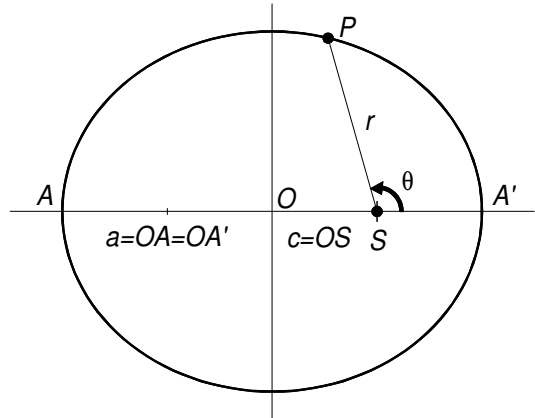
(Fichier *excel [orbites_sondes.xls], [feuille tracés]*
colonnes **H à K**)

On va maintenant calculer les positions de la sonde (en X et Y) pour des angles θ uniformément répartis de 0 à 360° à raison de un point par jour.

Pour chacun de ces angles en fonction des valeurs du demi rand axe et e l'excentricité, en se servant de la formule de l'ellipse, calculer et tabuler les positions de la sonde.

Rappel, équation de l'ellipse en coordonnées polaires :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos \theta}$$



Valeurs des angles θ (colonne H) ?

Pour chaque valeur de θ tabuler :

- Rayon vecteur de la sonde (col. I) ?
- Les coordonnées X et Y de la sonde (formules des projections sur les deux axes du graphique) (col. J et K) ?

Formules des colonnes

| col. | Variable | Formule | Formule tableur |
|------|----------|---------|-----------------|
| H | θ | | |
| I | r sonde | | |
| J | X sonde | | |
| K | Y sonde | | |

IIIc - Graphique

Se servir des fonctionnalités Graphiques de Excel : Graphique/Nuage de points/Série

Dans un même graphique, tracer :

- l'orbite de la Terre (colonnes C et D)
- l'orbite de Mars (colonnes F et G)
- la demi orbite de la sonde (colonne J et K)
- marquer les points avec leur label
 - “sonde au départ”
 - “Sonde à l'arrivée”
 - “Mars au départ”
 - “Terre à l'arrivée”

Pour les orbites, prendre les points les plus petits (taille 2).

Ajuster les dimensions du graphique de façon que les deux échelles X et Y soient les mêmes.

IV - Vitesses de la sonde

Au départ et à l'arrivée, la sonde doit changer de vitesse

- au lancement, de la vitesse de la Terre à sa vitesse pour être au périhélie sur son orbite
- à l'arrivée, de sa vitesse à son aphélie à la vitesse de Mars

IVa - Vitesses des planètes et de la sonde

On utilise la formule qui donne la vitesse sur une orbite elliptique en fonction du rayon vecteur :

$$V^2 = G(M_{\text{Soleil}} + M_{\text{Planète}}) \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

G constante de la gravitation, a demi-grand axe de l'objet, Terre, planète ou sonde.

Où trouver les valeurs des constantes physiques et astronomiques ?

<http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/astronomie/Promenade/pages5/523.html>

On peut négliger la masse de la planète par rapport à celle du Soleil.

$$V^2 = GM_{\text{Soleil}} \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

On peut aussi utiliser le calcul directe des vitesses au périhélie et à l'aphélie et de la vitesse moyenne.

(voir *Astronomie Astrophysique* de M. Séguin et B. Villeneuve ERPI, collection du Renouveau pédagogique, 195, ISBN 2-7613-0929-4 pages 126-127)

| | |
|----------------------|--|
| Vitesse moyenne | $v_m = \frac{2\pi a}{T} (1 - e^2)^{-1/2}$ |
| Vitesse au périhélie | $v_{\text{Périhélie}} = v_m \cdot (1 + e)$ |
| Vitesse à l'aphélie | $v_{\text{Aphélie}} = v_m \cdot (1 - e)$ |

IVb - Vitesses planètes - calculs tableur

Utiliser le [tableau IV] de la [Feuille Orbites]

A partir des caractéristiques des planètes du système solaire trouver

- leurs vitesses moyennes ?
- leurs vitesses au périhélie ?
- leurs vitesses à l'aphélie ?

| col. | Argument | Formule tableur |
|------|----------------------|-----------------|
| E | Vitesse moyenne | |
| F | Vitesse au périhélie | |
| G | Vitesse à l'aphélie | |

A l'aide du tableur remplir le tableau

| | demi grand axe (u.a.) | Période (jours) | Vitesse moyenne | Vitesse périhélie | Vitesse aphélie |
|---------|--------------------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| Mercure | 0.387 | 87.97 | | | |
| Vénus | 0.723 | 224.70 | | | |
| Terre | 1.000 | 365.26 | | | |
| Mars | 1.524 | 686.98 | | | |
| Jupiter | 5.203 | 4332.59 | | | |
| Saturne | 9.555 | 10759.23 | | | |
| Uranus | 19.218 | 30688.48 | | | |
| Neptune | 30.110 | 60182.29 | | | |

IVc - Vitesses sondes - calculs tableur

Utiliser le [tableau V] de la [Feuille Orbites]

Mêmes calculs pour les orbites des sondes par rapport aux planètes à atteindre.

- leurs vitesses moyennes ?
- leurs vitesses au périhélie ?
- leurs vitesses à l'aphélie ?

Formules tableur

| col. | Argument | Formule tableur |
|------|----------------------|-----------------|
| E | Vitesse moyenne | |
| F | Vitesse au périhélie | |
| G | Vitesse à l'aphélie | |

A l'aide du tableur remplir le tableau

| Planète | a sonde (km) | excent. | Période | vitesse moyenne | périhélie | aphélie |
|---------|--------------|---------|---------|-----------------|-----------|---------|
| Mercure | 103604825 | 0.44196 | 210.9 | | | |
| Vénus | 128703038 | 0.16076 | 292.1 | | | |
| Mars | 188535384 | 0.20761 | 517.8 | | | |
| Jupiter | 463345876 | 0.67758 | 1995.1 | | | |
| Saturne | 788427489 | 0.81052 | 4428.3 | | | |
| Uranus | 1510225200 | 0.90108 | 11739.8 | | | |
| Neptune | 2323825599 | 0.93571 | 22408.0 | | | |

Comparer les vitesses de départ et d'arrivée de la sonde aux vitesses de la Terre et de la planète à atteindre.